

## 9 клас

1. Побудуйте графік рівняння:  $\frac{x}{|x|} + \frac{|y|}{y} = 2y$ .
2. Прямокутник розміром  $2010 \times 11$  розбито на одиничні квадратики. Зовнішній шар клітин товщиною у 1 клітину цього прямокутника пофарбовано у жовтий колір, шар клітин товщиною у 1 клітину, що межує із зовнішнім шаром, пофарбовано у блакитний колір. Наступний шар клітин, що межує з блакитним пофарбовано у жовтий колір і так далі. Знайдіть кількість жовтих та блакитних клітин у цьому прямокутнику.
3. При яких  $x$  значення функції  $y = (\sqrt{x})^{2009} + (\sqrt{1-x})^{2010}$  є цілим числом?
4. У гострокутному трикутнику  $ABC$  точка  $O$  – центр описаного кола,  $CH$  – висота трикутника, точка  $T$  – основа перпендикуляра, що опущений з вершини  $C$  на пряму  $AO$ . Доведіть, що пряма  $TH$  проходить через середину сторони  $BC$ .
5. Натуральні числа  $a, b, c, d$  такі, що  $ab^2 + ad^2 + cb^2 = ba^2 + bd^2 + ca^2$  та число  $a^2 + b^2 + c^2 + d^2$  – просте. Доведіть, що  $a = b$ .

23 січня 2010 р.

На виконання завдання відводиться 4 години

Кожна задача оцінюється в 7 балів

**Користування довільними зовнішніми джерелами інформації,  
а також будь-якими електронними засобами забороняється**  
Умови та розв'язання задач по усіх класах будуть наведені на сайті  
[www.matholymp.org.ua](http://www.matholymp.org.ua)

## 9 класс

1. Постройте график уравнения:  $\frac{x}{|x|} + \frac{|y|}{y} = 2y$ .
2. Прямоугольник размером  $2010 \times 11$  разбит на единичные квадратики. Внешний слой клеток толщиной в 1 клетку этого прямоугольника окрашен в желтый цвет, слой клеток толщиной в 1 клетку, который граничит с внешним слоем, окрашен в голубой цвет. Следующий слой клеток, который граничит с голубым, окрашен в желтый цвет и так далее. Найдите общее число желтых и голубых клеток в этом прямоугольнике.
3. При каких  $x$  значение функции  $y = (\sqrt{x})^{2009} + (\sqrt{1-x})^{2010}$  будет целым числом?
4. В остроугольном треугольнике  $ABC$  точка  $O$  – центр описанной окружности,  $CH$  – высота треугольника, точка  $T$  – основание перпендикуляра, опущенного из вершины  $C$  на прямую  $AO$ . Докажите, что прямая  $TH$  проходит через середину стороны  $BC$ .
5. Натуральные числа  $a, b, c, d$  такие, что  $ab^2 + ad^2 + cb^2 = ba^2 + bd^2 + ca^2$  и число  $a^2 + b^2 + c^2 + d^2$  – простое. Докажите, что  $a = b$ .

23 января 2010 г.

На выполнение задания дается 4 часа  
Каждая задача оценивается в 7 баллов

**Пользоваться всевозможными внешними источниками информации,  
а также любыми электронными устройствами запрещается**  
Условия и решения задач по всем классам будут размещены на сайте  
[www.matholymp.org.ua](http://www.matholymp.org.ua)