

10 класс.

1. Решить уравнение $\sqrt{x+3-4\sqrt{x-1}} + \sqrt{x+8-6\sqrt{x-1}} = 1$.
2. a , b и c — стороны треугольника. x и y — положительные числа, такие, что $(x-1)(y-1) \geq 1$. Доказать, что $a^2x + b^2y > c^2$.
3. Найти все пары натуральных чисел (m, n) , такие, что $n^m \cdot m! = m^n \cdot n!$ (и доказать, что других не существует).
4. Около остроугольного треугольника ABC описана окружность. Высоты треугольника из вершин A и C пересекают окружность в точках E и F соответственно. D — произвольная точка на (меньшей) дуге AC , K — точка пересечения AB и DF , L — точка пересечения BC и DE . Доказать, что прямые KL , AE и CF пересекаются в одной точке.
5. n — целое число. $m = n^2 + 2011$ — 45-значное число, в записи которого нет нулей. Доказать, что из числа m можно вычеркнуть несколько цифр (но не все), так, что получившееся в результате число будет делиться на 273.

(Каждая задача оценивается в 10 баллов)

На обложке работы укажите ФИО, школу, класс, полный домашний адрес с почтовым индексом, домашний телефон, e-mail, ФИО учителя математики и ФИО преподавателя, который готовил Вас к олимпиаде.

10 клас.

1. Розв'язати рівняння
$$\sqrt{x+3-4\sqrt{x-1}} + \sqrt{x+8-6\sqrt{x-1}} = 1.$$
2. a , b і c — сторони трикутника. x і y — додатні числа, такі, що $(x-1)(y-1) \geq 1$. Довести, що $a^2x + b^2y > c^2$.
3. Знайти всі пари натуральних чисел (m, n) , такі, що $n^m \cdot m! = m^n \cdot n!$ (і довести, що інших не існує).
4. Навколо гострокутного трикутника ABC описано коло. Висоти трикутника з вершин A та C перетинають коло в точках E та F відповідно. D — довільна точка на (меншій) дузі AC , K — точка перетину AB і DF , L — точка перетину BC і DE . Довести, що прямі KL , AE і CF перетинаються в одній точці.
5. n — ціле число. $m = n^2 + 2011$ — 45-цифрове число, в запису якого немає нулів. Довести, що в числі m можна закреслити декілька цифр (але не всі), так, що отримане в результаті число буде ділитись на 273.

(Кожне завдання оцінюється в 10 балів)

На обкладинці роботи вкажіть ПІБ, школу, клас, повну домашню адресу з поштовим індексом, домашній телефон, e-mail, ПІБ вчителя математики і ПІБ викладача, який готував Вас до Олімпіади.

11 класс.

1. Решить уравнение $\sqrt{x+3-4\sqrt{x-1}} + \sqrt{x+8-6\sqrt{x-1}} = 1$.
2. Существует ли выпуклый 13-угольник, который можно разрезать на квадраты и равносторонние треугольники?
3. Около остроугольного треугольника ABC описана окружность. Высоты треугольника из вершин A и C пересекают окружность в точках E и F соответственно. D — произвольная точка на (меньшей) дуге AC , K — точка пересечения AB и DF , L — точка пересечения BC и DE . Доказать, что прямые KL , AE и CF пересекаются в одной точке.
4. Какие значения может принимать xuz , если известно, что $x + y + z = 3$ и $x^2 + y^2 + z^2 = 7$.
5. Положительные числа x, y, z такие, что выполнены равенства: $x^2 + xy + \frac{y^2}{3} = 10$, $\frac{y^2}{3} + z^2 = 5$, $z^2 + zx + x^2 = 13$. Какие значения может принимать выражение $xy + 2yz + 3zx$?

(Каждая задача оценивается в 10 баллов)

На обложке работы укажите ФИО, школу, класс, полный домашний адрес с почтовым индексом, домашний телефон, e-mail, ФИО учителя математики и ФИО преподавателя, который готовил Вас к олимпиаде.

11 клас.

1. Розв'язати рівняння
$$\sqrt{x+3-4\sqrt{x-1}} + \sqrt{x+8-6\sqrt{x-1}} = 1.$$
2. Чи існує опуклий 13-кутник, який можна розрізати на квадрати та рівносторонні трикутники?
3. Навколо гострокутного трикутника ABC описано коло. Висоти трикутника з вершин A та C перетинають коло в точках E та F відповідно. D — довільна точка на (меншій) дузі AC , K — точка перетину AB і DF , L — точка перетину BC и DE . Довести, що прямі KL , AE и CF перетинаються в одній точці.
4. Які значення може приймати xuz , якщо відомо, що $x + y + z = 3$ і $x^2 + y^2 + z^2 = 7$.
5. Додатні числа x, y, z такі, що виконуються рівності: $x^2 + xy + \frac{y^2}{3} = 10$, $\frac{y^2}{3} + z^2 = 5$, $z^2 + zx + x^2 = 13$. Які значення може приймати вираз $xy + 2yz + 3zx$?

(Кожне завдання оцінюється в 10 балів)

На обкладинці роботи вкажіть ПІБ, школу, клас, повну домашню адресу з поштовим індексом, домашній телефон, e-mail, ПІБ вчителя математики и ПІБ викладача, який готував Вас до Олімпіади.