**Тема: Розширення поняття множини дійсних чисел. Алгебраїчна форма комплексного числа. Степінь уявної одиниці.**

1. **Розширення поняття множини дійсних чисел.**

У багатьох розділах математики та її застосуваннях неможливо обмежитись розглядом лише дійсних чисел. Вже досить давно під час розв’язування різних задач виникла потреба добувати квадратний корінь з від’ємних чисел. Щоб ця дія стала можливою, ввели множину нових чисел.

1. **Означення комплексного числа і уявної одиниці**

Число , де  і  – будь-які дійсні числа,  – уявна одиниця, називається **комплексним числом** ( – дійсна частина,  – уявна частина комплексного числа, а  – коефіцієнт при уявній частині).

Число, квадрат якого дорівнює , позначають буквою  і називають **уявною одиницею** ( – перша буква латинського слова imaginarius – уявний).

Тобто, для символу  виконується рівність

.

Запис  називають **алгебраїчною формою комплексного числа**.

**Примітка!** Слово "комплексний" означає складений.

Часто комплексне число позначають буквою  і записують .

Комплексні числа – це розширення числової системи дійсних чисел. Позначаються вони буквою 

**Множина дійсних чисел є частиною (підмножиною) множини комплексних чисел.**

Для комплексних чисел означені алгебраїчні операції додавання та множення, які узагальнюють додавання та множення дійсних чисел із зберіганням властивостей асоціативності, комутативності та дистрибутивності.

**Які комплексні числа називаються рівними, спряженими, протилежними?**

Два комплексних числа  і  **рівні між собою** тоді і тільки тоді, коли  і , тобто, коли рівні їх дійсні частини і коефіцієнти при уявних частинах.

Поняття "більше" і "менше" для комплексних чисел не має смислу. **Ці числа за величиною не порівнюють.** Тому не можна, наприклад, сказати, яке з двох комплексних чисел більше  чи ,  чи .

Числа  і , дійсні частини яких рівні, а коефіцієнти при уявих частинах рівні за модулем, але протилежні за знаком, називають**спряженими**.($\overbar{z}$)

**Приклад.**

1. Спряженими є комплексні числа  та .
2. Якщо дано число , то спряженим до нього є .
3. До числа  спряженим буде , бо .

Числа  і  називаються протилежними. Тобто, два числа  та , сума яких дорівнює нулю, називають**протилежними**.

1. Степені уявної одиниці.

Піднесення уявної частини числа до степеня з натуральним показником :
****,якщо  ділиться на 4 без остачі, **n=4k;
**, якщо  ділиться на 4 з остачею 1, **n=4k+1;
**, якщо  ділиться на 4 з остачею 2, **n=4k+2;
**, якщо  ділиться на 4 з остачею 3, **n=4k+3.**

Обчислити: $i^{19};i^{32}; i^{162} i^{125}$

1. **Дії над комплексними числами.**

Нехай дано два комплексні числа  і .

**а) Додавання комплексних чисел.**

**Сумою двох комплексних чисел**  і  називається комплексне число , дійсна частина якого і коефіцієнт при уявній частині дорівнюють відповідно сумі дійсних частин і коефіцієнтів при уявних частинах додатків.

**Приклади (додавання комплексних чисел):**

1. 
2. 
3. 
4. 

**Примітка!** Означення суми комплексних чисел поширюється і на випадок трьох і більше доданків.

**б) Віднімання комплексних чисел.**

**Різницею двох комплексних чисел**  і  називається комплексне число .

**Приклади (віднімання комплексних чисел):**

1. 
2. 
3. 

**в) Множення комплексних чисел.**

**Добутком двох комплексних чисел**  і  називається комплексне число .

Приклад (множення комплексних чисел):



.

**Добуток двох спряжених комплексних чисел:**

.

**г) Ділення комплексних чисел.**

**Часткою комплексних чисел**  і  називається комплексне число

.

**Приклад (знайти частку комплексних чисел):**

.

**Властивості дій над комплексними числами в алгебраїчній формі**

1. Комутативний закон додавання:
 .
2. Асоціативний закон додавання:
 .
3. Комутативний закон множення:
 .
4. Асоціативний закон множення:
 .
5. Дистрибутивний (розподільний) закон множення відносно додавання:
 .
6.  .
7.  .
8.  .

**Приклад 1.** Обчислити значення виразів

1) 
2) 
3) 
4) 
якщо 

Розв'язок. Основні операції з комплесними числами, це як основа основ даній теорії тому спробуйте розібратися з правилами з першого разу та в майбутньому не мати проблем з обчисленнями.

1) Проведемо додавання та віднімання згідно правил



2) Спряженим до числа  буде 
Обчислимо добуток перших двох чисел


Обчислимо добуток отриманого числа на 


Отже, шуканий добуток буде рівний *65-13i*



3) Виконаємо ділення компексних чисел за формулою

В результаті отримали число, яке має тільки уявну частину.

4) Спочатку підносимо число *z3* до квадрату

Тепер виконаємо ділення


При обчисленнях будьте уважні і слідкуйте за знаками, як правило, неуважність є причиною більшості помилок при роботі з омплесними числами. Правила піднесення до степеня уявної частини прості і, розв'язавши необхідну кількість подібних прикладів, Ви їх засвоїте без особливих зусиль.

**Домашнє завдання**

* Вивчити конспект
* Знайти для кожного з комплексних чисел протилежне, спряжене, їх суму, різницю, добуток і частку: $z\_{1}=3-2i; z\_{2}= 4+5i$
* Знайти степінь уявної одиниці: $i^{17}; i^{126};i^{1003}$