**Тема №2: Рівняння в повних диференціалах. Рівняння, що допускають зниження порядку.**

1. **Рівняння в повних диференціалах.**

Рівняння виду



називається рівнянням **у повних диференціалах**, якщо його ліва частина є повним диференціалом деякої функції , тобто

.

Загальний інтеграл рівняння має вигляд

.

Для того, щоб рівняння було рівнянням у повних диференціалах, необхідно і достатньо, щоб

.

Функція  знаходять за формулою

.

Якщо ліва частина рівняння не є повним диференціалом і задовольняє умови теореми Коші, то існує така функція , що

. Функція  називається інтегрувальним множником і задовольняє умову

.

Знайти загальний розв’язок диференціального рівняння



1. **Рівняння, що допускають зниження порядку.**

Нехай маємо рівняння виду 

Розв'язок цього рівняння знаходиться n-кратним інтегруванням:

,

,

,

…………………………………………………

,  
 де .

Тому що , є сталі, то загальний розв'язок може бути записаний і так:

.

Приклад. Знайти розв'язок задачі Коші: , .

Розв'язок. Знайдемо загальний розв'язок послідовним інтегруванням даного рівняння

,

.

.

Скористаємося початковими умовами: 



 : , .

: , .

Отже, шуканий частинний розв'язок має вигляд:

.

Рівняння II порядку, що дозволяють зниження порядку

Випадок 1. . Заміна , .

Приклад. Розв'язати рівняння .

Розв'язок. Це рівняння не містить у. Вважаючи , перетворимо рівняння до виду .

Інтегруємо його. Вважаючи в рівнянні , , одержимо:

, .

Визначаємо , поклавши , , , відкіля , або .

Визначимо :

, , відкіля ; отже,

.

Повертаючись до змінної у, маємо

 

,

,

.

Випадок 2. Диференціальне рівняння виду , яке не містить незалежної змінної.

Рівняння цього виду допускає зниження порядку за допомогою заміни , , або .

Приклад. Розв'язати рівняння .

Розв'язок. Вважаючи , , отримаємо рівняння I порядку відносно невідомих  і .

.

Розділимо змінні і проінтегруємо:

, ,

, , .

Повертаючись до змінної , отримаємо

, , ,

, ,

, .

**Завдання для самостійної роботи:**

Знайти загальний розв’язок диференціальних рівнянь

а)

б) 