**Тема №4: Лінійні диференціальні рівняння 1-го порядку**

Диференціальне рівняння першого порядку називається лінійним, якщо його можна подати у вигляді



Тут - невідомі функції від *х*, в частинному випадку можуть бути сталими величинами.

Так, рівняння  являється лінійним, а рівняння  лінійним не являється. Такі рівняння розв’язуються за допомогою спеціального прийому, в основі якого лежить представлення функції *у* у вигляді добутку двох інших функцій:



де  і - невідомі функції від *х*, причому одну з них, наприклад *(х),* можна вибрати довільно. Функція *(х)* визначається в залежності від вибору функції *(х).*

Значить, якщо , то  і підстановка  і  в рівняння дає



або



Функції  і  невідомі, визначимо одну із них, наприклад , із умови



Враховуючи це, рівняння запишемо у вигляді



Знайдемо функцію . Одержимо:



Помноживши обидві частини на , запишемо



Проінтегруючи маємо



Із загального розв’язку вибираємо один частинний. Наприклад, покладемо С=0. Отримуємо:

, звідки .

Підставимо знайдене значення  в рівняння





Отже, загальний розв’язок лінійного рівняння



Приклад.

Знайти загальний розв’язок рівняння



Рівняння лінійне, так як у  і  входять у нього в першому степені і нема члена з добутком .

Допустимо  тоді . Рівняння приймає вигляд

;

або

.

Знайдемо тепер функцію  яка задовольняє умову  Можливо було вибрати і іншу умову, наприклад, прирівняти вираз в круглих дужках іншому постійному числу.

Розділяємо змінні

 або .

В результаті інтегрування отримаємо



Із множини функцій виберемо одну. Допустимо С=1; тоді  підставимо цю функцію у рівняння, маємо

 або 



Отже, , тоді

.

**Завдання для самостійної роботи:**

Знайти загальний розв’язок диференціальних рівнянь

а); б);

в); г)

д) е)