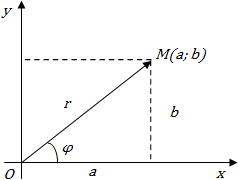
**Тема: Тригонометрична та показникова форма комплексного числа.**

1. **Тригонометрична форма комплексного числа.**

Комплексне число z=a+bi геометрично зображують точкою M(a;b) координатної площини.

Виразивши a і b через модуль r і аргумент phi, комплексне число a+bi запишемо у вигляді

a+bi=r(cosφ+i sinφ)

r=|z|=|a+bi|=v(a^2+b^2); cosφ=a/(a^2+b^2 )^(1/2); sinφ=b/(a^2+b^2 )^(1/2); tgφ=b/a.

Права частина цієї тотожності називається **тригонометричною формою комплексного числа**.

* **Дії над комплексними числами, які записані у тригонометричній формі**

Нехай задано два комплексні числа:

z_1=r_1 (cosφ_1 + i sinφ_1), z_2=r_2 (cosφ_2 + i sinφ_2).

1. **Множення**

z_1•z_2 = r_1•r_2 ( cos(φ_1+φ_2) + i sin(φ_1+φ_2) ).

При множенні комплексних чисел їх модулі перемножуються, а аргументи додаються.

1. **Ділення**

z_1/z_2 = r_1/r_2 ( cos(φ_1-φ_2) + i sin(φ_1-φ_2 ) ).

При діленні комплексних чисел їх модулі діляться, а аргументи віднімаються.

1. **Піднесення до степеня (формула Муавра)**

z^n = r^n ( cosnφ + i sinnφ ).

1. **Добування кореня**

z^(1/n) = ( r(cosφ+i sinφ) )^(1/n) = ( r^(1/n) )(cos(φ+2πk)/n+i sin(φ+2πk)/n ),

k=0, 1, 2, ..., n-1

***Приклад 1.***

1) Знайти http://yukhym.com/images/stories/Complex/Com3_007.gif, якщо http://yukhym.com/images/stories/Complex/Com3_008.gif

2) Знайти http://yukhym.com/images/stories/Complex/Com3_009.gif, якщо http://yukhym.com/images/stories/Complex/Com3_010.gif

3) Знайти http://yukhym.com/images/stories/Complex/Com3_011.gif, якщо http://yukhym.com/images/stories/Complex/Com3_012.gif

Розв'язок.

1) За правилом підносимо до степеня

http://yukhym.com/images/stories/Complex/Com3_013.gif

http://yukhym.com/images/stories/Complex/Com3_014.gif

2) Виконаємо піднесення до дванадцятого степеня

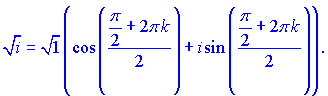
http://yukhym.com/images/stories/Complex/Com3_015.gif

http://yukhym.com/images/stories/Complex/Com3_016.gif

3) Знайдемо корінь квадратний комплексного числа. Подамо число у тригонометричній формі

http://yukhym.com/images/stories/Complex/Com3_017.gif

Згідно формули добування кореня матимемо



Підставляючи http://yukhym.com/images/stories/Complex/Com3_019.gif, отримаємо

http://yukhym.com/images/stories/Complex/Com3_020.gif

http://yukhym.com/images/stories/Complex/Com3_021.gif

Отримані значення лежать на колі одиничного радіусу з центром в початку координат, відповідно в першій та третій чверті. Варто зазначити, що згідно правила знаходження коренів розв'язків має бути однакова кількість з показником кореня. Якщо, наприклад маємо корінь http://yukhym.com/images/stories/Complex/Com3_022.gif то розв'язків повинно бути http://yukhym.com/images/stories/Complex/Com3_023.gif, а в формулі для кореня перебираємо значення http://yukhym.com/images/stories/Complex/Com3_024.gif і для кожного знаходимо відповідне значення.

1. **Показникова форма комплексного числа.**

З урахуванням формули Ейлера  комплексне число може бути записано у ***показниковій*** формі

.

Якщо комплексні числа записані у показниковій формі, то дії множення, ділення та піднесення до натурального степеня виконуються за правилами

;

;

.

***Приклад 2.***

****

Знаходимо модуль . Аргумент  (головне значення) знайдемо із співвідношення 

Отже,



***Приклад 3.***

**.**

***Приклад 4.***



**Домашнє завдання**

1. Подайте в тригонометричній формі комплексні числа:

а) -3-3і; б) -4; в) 3і; г) +і

1. Знайдіть добуток і частку комплексних чисел:

а) z1=6(cossin); z2=3(cossin(-

1. Піднесіть комплексне число до степеня, попередньо подавши основу в тригонометричній формі:

а) ; б) ; в)

1. Запишіть число у показниковій формі:

а) +і; б) 2і; в) 1.