**Тема: Формула Бернуллі.**

1. **Актуалізація опорних знань**

Математичний диктант.

Стрілець тричі стріляє в ціль. Нехай подія А*і* полягає у влу­ченні в ціль у результаті *і*-го пострілу (*і* = 1, 2, 3).

Що означає подія (1—4):

1. В = А1 + А2;

2. С = А1·А2;

3. D = Α1·Α2·A3?

4. *Ε* =Α1 +A2 +A3.

Виразіть через події А1, A2 та A3 такі події:

5. *F —* «влучення мало місце лише в результаті першого по­стрілу»;

6. *G —* «влучення мало місце в результаті кожного з трьох пострілів»;

7. *Η —* «влучення мало місце лише в результаті одного по­стрілу»;

8. *Е —* «влучення мало місце не менше двох разів»;

9. *Κ —* «влучення мало місце не більше одного разу».

*Відповіді:*

1. Влучення в ціль у результаті першого або другого пострілу.
2. Влучення в ціль у результаті кожного з перших двох пострілів.
3. Влучення в ціль у результаті кожного з пострілів.
4. Влучення в ціль у результаті хоча б одного з трьох пострілів.
5. F = А1··.
6. G = Α1·A2·А3.
7. *Η* = Α1 ··+  · Α2 ·  +  · · А3.
8. E = · A2 · А3 + А1 ·  · А3 + А1 · A2 ·  + А1 · A2 · А3.

9. *Κ* =  ·  ·  + А1·  · +  · A2 · +  ·  · А3.

1. Сприймання і усвідомлення поняття незалежних випробувань, схеми Бернуллі.

!

*Взаємно незалежними* називаються такі випробування, в яких ймовірність результату кожного з них не залежить від того, які результати має чи матиме решта випробувань.

Багато задач в теорії ймовірностей зводяться до такої схеми, яка називається схемою Бернуллі: відбувається *n* незалежних ви­пробувань, у кожному з яких подія А може настати чи не настати. Ймовірність здійснення події А в кожному випробуванні однакова і дорівнює *р, а* ймовірність нездійснення події А є *q* = 1 – *p.* Треба знайти ймовірність *Рm, n*  того що подія А настане *т* разів в цих *n* випробуваннях.

Шукану ймовірність можна обчислити за формулою Бернуллі:



Виведення формули Бернуллі.

Ймовірність однієї складеної події, яка полягає в тому, що в *n* випробуваннях подія А настане *т* раз і не настане *n - т* раз, за теоремою про добуток ймовірностей незалежних подій, дорів­нює .

Таких складених подій може бути стільки скільки можна скласти комбінацій із *п* елементів по *т* елементів, тобто *.*

Оскільки ці складені події несумісні, то за теоремою додаван­ня ймовірностей несумісних подій шукана ймовірність дорівнює сумі ймовірностей всіх можливих складених подій. Оскільки ймовірність всіх складених подій однакова, то шукана ймовірність (настання *т* раз події *А в n* випробуваннях) дорівнює ймовір­ності однієї складеної події , помноженій на їх число *,* тобто 

або  *.*

***Приклад 1.*** Ймовірність того, що витрата електроенергії протя­гом доби не перевищує встановленої норми, дорівнює 0,75. Знайдіть ймовірність того, що в найближчі 6 діб витрати елект­роенергії впродовж 4 діб не перевищують норми.

# Розв'язання

Ймовірність нормальної витрати електроенергії протягом кож­них 6 діб постійна і дорівнює *р* = 0,75. Отже, ймовірність пере­витрати електроенергії в кожну добу також постійні і дорівнюють *q* = 1 *– р =* 1 – 0,75 = 0,25.

## Шукана ймовірність за формулою Бернуллі дорівнює



*Відповідь:* 0,30.

***Приклад 2.*** Яка ймовірність того, що при десяти кидках граль­ного кубика 3 очка випаде рівно 2 рази?

### Розв'язання

В цій задачі *n =* 10, *т* = 2, *ρ = , q = 1 – p = 1 - = * і тоді



*Відповідь:*  0,29.

**3. Виконання вправ**

1. Яка ймовірність того, що при десяти кидках грального кубика число очок кратне трьом з'явиться: а) рівно 3 рази; б) не більше трьох разів; в) рівно 4 рази?

*Відповіді:* а) ;

б) Р0, 10 + Р1, 10 + P2, 10 + P2, 10 0,56; в) .

2. В цеху 6 двигунів. Для кожного двигуна ймовірність того, що він у даний момент включений, дорівнює 0,8. Знайти ймо­вірність того, що в даний момент: а) включено 4 двигуни; б) включені всі двигуни; в) виключені всі двигуни.

*Відповіді:* а)  0,246; б)  0,26; в)  0,000064.

3. Знайти ймовірність того, що подія А з'явиться в п'яти неза­лежних випробуваннях не менше двох разів, якщо в кожно­му випробуванні ймовірність появи події А дорівнює0,3.

*Відповідь: Ρ* = 1 – (Р0, 5 + Р1, 5) = 0,472.

4. Подія *В* відбудеться у випадку, коли подія А відбудеться не менше двох разів. Знайти ймовірність того, що відбудеться подія *В,* якщо буде виконано 6 незалежних випробувань, в кожному із яких ймовірність появи події А дорівнює 0,4.

*Відповідь:*Ρ = 1 – (Р0, 6 + Ρ1, 6)  0,767.

5. Проведено 8 незалежних випробувань у кожному з яких ймо­вірність появи події А дорівнює 0,1. Знайти ймовірність того, що подія А відбудеться хоч би два рази.

*Відповідь:* Ρ = 1 – (Р0, 8 + P1, 8)  0,19.

6. Монету кидають 6 разів. Знайти ймовірність того, що герб ви­паде: а) менше двох разів; б) не менше двох разів.

*Відповіді: а)* Р = Р0, 6 + Р1, 6 = ; б) Ρ = 1 – (Р0, 6 + Ρ1, 6) = .

7. Що ймовірніше: виграти у рівносильного противника (нічия виключається) одну партію із чотирьох чи три партії із восьми?

*Відповідь:* і  — ймовірніше виграти одну партію із чотирьох.

**4. Домашнє завдання.**

1. Яка ймовірність того, що при десяти кидках грального кубика три очка випаде: а) рівно три рази; б) рівно один раз?

*Відповідь:* а) ; б) .

Сам.роб. Локальна й інтегральна теорема Лапласа.