**Тема: Розв’язання задач. Повна ймовірність. Формули Баєса.**

1. **Формула повної ймовірності.**

             Нехай потрібно визначити ймовірність деякої події А, яка може статися разом з однією з подій Н1, Н2, Н3, ..., Нn, які є незалежними. Ці події будуть називатися **гіпотезами.** У цьому випадку ймовірність події А обчислюється як сума добутків ймовірності кожної гіпотези на умовну ймовірність подій при цій гіпотезі:



Ця формула називається **формулою повної ймовірності**.

***Приклад 1.*** Є 3 однакові на вигляд урни: у першій урні 2 білих і 1 чорна кульки; в другій урні 3 білих і 1 чорна; в третій - 2 білих і 2 чорних кульки. Хтось вибирає навмання одну з урн і вибирає з неї кульку. Знайти ймовірність того, що ця кулька - біла.

Розв’язання: Розглянемо три гіпотези:

Н1 - обрана 1 урна;

Н2 - обрана 2 урна;

Н3 - обрана 3 урна.

 Р (Н1) = Р (Н2) = Р (Н3) =

Умовні ймовірності події А при цих гіпотезах:

 Р (А | Н1) = ; Р (А | Н2) = ; Р (А|Н3 ) =  ;

 Р (А) =  .

***Приклад 2.*** Пластмасові вироби виготовляються на трьох пресах. Перший прес виробляє - 50% всіх виробів, другий - 30% і третій - 20%.    При цьому перший прес дає 0,025% браку, другий - 0,02%, а третій - 0,015%.  Знайдіть ймовірність того, що навмання взятий зі складу вироб відповідає стандарту.

    Розв’язання:

Н1- поява виробів з 1 преса;

Н2 - поява виробів з 2 преса;

Н3 - поява виробів з 3 преса.

  А - відповідає стандарту.

P(Н1) = 0,5; P(Н2) = 0,3; P(Н3) = 0,2.

P(A|H1) = 0,975; P(A|H2) = 0,98; P(A|H3) = 0,985.



1. **Формула Баєса.** |

У [теорії ймовірностей](https://uk.wikipedia.org/wiki/%D0%A2%D0%B5%D0%BE%D1%80%D1%96%D1%8F_%D0%B9%D0%BC%D0%BE%D0%B2%D1%96%D1%80%D0%BD%D0%BE%D1%81%D1%82%D0%B5%D0%B9) та [статистиці](https://uk.wikipedia.org/wiki/%D0%A1%D1%82%D0%B0%D1%82%D0%B8%D1%81%D1%82%D0%B8%D0%BA%D0%B0) теорема Баєса описує [ймовірність](https://uk.wikipedia.org/wiki/%D0%99%D0%BC%D0%BE%D0%B2%D1%96%D1%80%D0%BD%D1%96%D1%81%D1%82%D1%8C) [події](https://uk.wikipedia.org/wiki/%D0%92%D0%B8%D0%BF%D0%B0%D0%B4%D0%BA%D0%BE%D0%B2%D0%B0_%D0%BF%D0%BE%D0%B4%D1%96%D1%8F), спираючись на обставини, що могли би бути пов'язані з цією подією. Теорему Баєса названо на честь англійського математика і пресвітеріанського священника [Томаса Баєса](https://uk.wikipedia.org/wiki/%D0%A2%D0%BE%D0%BC%D0%B0%D1%81_%D0%91%D0%B0%D1%94%D1%81) (1701–1761). Деффріс писав, що теорема Баєса «є для теорії ймовірностей тим, чим [теорема Піфагора](https://uk.wikipedia.org/wiki/%D0%A2%D0%B5%D0%BE%D1%80%D0%B5%D0%BC%D0%B0_%D0%9F%D1%96%D1%84%D0%B0%D0%B3%D0%BE%D1%80%D0%B0) є для геометрії».

**Якщо подія А сталася, то можна обчислити умовну ймовірність того, що разом з подією А здійснилася гіпотеза Нi:**

****

1. **Приклади використання формули Баєса.**

***Приклад 3.*** На підприємстві виготовляються вироби певного виду на трьох поточних лініях. На 1 лінії виробляється 20% виробів від усього обсягу їх виробництва, на 2 - 30%, на 3 - 50%. Кожна лінія характеризується відповідно наступними відсотками браку: 5%, 2%, 3%. Навмання взятий виріб виявився бракованим. Яка ймовірність того, що він зроблений на першій лінії?

Розв’язання

Нi - виріб зроблений на i-тій лінії.

P(Н1) = 0,2; P(Н2) = 0,3; P(Н3) = 0,5.

А - виріб виявився бракованим.

P(A|H1) = 0,05; P(A|H2) = 0,02; P(A|H3) = 0,03.

За формулою Баєса:



***Приклад 4.*** У групі з 10 студентів, які прийшли на іспит, 3 підготовлені відмінно, 4 - добре, 2 - задовільно і 1 – погано. Є 20 питань, причому: відмінно підготовлений студент може відповісти на всі питання, добре підготовлений - на 16, задовільно підготовлений - на 10 і погано підготовлений - на 5.  Викликаний навмання студент, відповів на три заданих йому випадковим чином питання. Знайти ймовірність того, що цей студент погано підготовлений і йому просто пощастило з питаннями.

Розв’язання

А - випадково обраний студент відповів на всі питання, які дісталися йому.

Н1– студент підготовлений відмінно, P(Н1) = 0,3

Н2 – студент підготовлений добре, P(Н2) = 0,4

Н3 – студент підготовлений задовільно, P(Н3) = 0,2

Н4– студент погано підготовлений, P(Н4) = 0,1.

# P(A|H1) =1; P(A|H2) =

По формуле Бейеса:



1. **Домашнє завдання.**

Вся продукція заводу виробляється на трьох станках. На ці три станки приходяться 20%, 30% та 50% продукції відповідно. Частка бракованих виробів є такою: 5% для першого станка, 3% для другого станка та 1% для третього. Якщо виріб, вибраний навмання із загального обсягу продукції, виявився бракованим, то якою є ймовірність того, що його було зроблено на третьому станку?