**Тема: Перевірка статистичних гіпотез. Математичне сподівання. Дисперсія, її властивості.**

1. **Поняття про статистичні гіпотези**

В практичній і науковій діяльності часто для доведення справедливості того або іншого факту удаються до висловлювання гіпотез, які можуть бути перевірені на основі даних вибіркового спостереження.

Перевірка статистичних гіпотез має велике значення для практики. Зокрема, на ній ґрунтуються прийоми статистичного контролю якості продукції. Припустимо, що на підприємстві про якість продукції роблять висновки за результатами вибіркового контролю. Якщо вибіркова частка браку не перевищує заздалегідь встановленої (нормативної) величини, то партія продукції приймається. Однак висновок щодо відповідності якості продукції встановленим вимогам робиться на основі вибіркової перевірки і тому носить імовірнісний характер. Таким чином, судження про якість продукції не може розглядатися як категоричне. По суті, мова йде про припущення (гіпотезу), що частка, браку у всій генеральній сукупності дорівнює або менше нормативної величини. Ця гіпотеза і має бути перевірена на основі результатів вибіркового спостереження.

Теорія перевірки статистичних гіпотез також має велике значення в статистичній обробці експериментальних даних. Так, якщо на основі експериментальних даних ставиться питання про заміну одного сорту пшениці іншим, то необхідно перевірити припущення (гіпотезу) про те, що новий сорт пшениці має більш високу врожайність порівняно з старим сортом. Перевірку таких припущень на основі даних вибіркового спостереження називають статистичною перевіркою гіпотез. Перевірка гіпотез проводиться за допомогою методів математичної статистики.

Гіпотеза в широкому розумінні - це деяке наукове припущення щодо властивостей явищ, що їх вивчають, яке потребує перевірки та доведення.

Статистичною гіпотезою називається припущення відносно параметрів або форми розподілу генеральної сукупності, яке перевіряється на основі даних вибіркового спостереження. Позначається гіпотеза літерою Н від латинського слова hypothesis.

Із визначення статистичної гіпотези випливає, що вона може стосуватися або окремих параметрів розподілу, або законів розподілу.

Прикладом статистичних гіпотез можуть бути припущення про те, що жива маса телят в господарствах району підпорядкована закону нормального розподілу; середня урожайність картоплі одного сорту перевищує середню урожайність другого сорту; середні розміри деталей, що виготовляються на однотипних верстатах в ремонтній майстерні підприємства, однакові.

В ході перевірки статистичної гіпотези необхідно встановити, чи узгоджуються дані спостереження з висунутою гіпотезою, чи можна відмінності між гіпотезою і результатами спостереження віднести до випадкових або ж ці відмінності зумовлені впливом яких-небудь систематично діючих причин. В результаті перевірки гіпотези слід прийняти рішення про вибір одного з можливих двох взаємовиключаючих висновків, які називають альтернативними. Наприклад, при випробуванні добавок мікроелементів у кормовий раціон тварин такими висновками будуть: а) добавка мікроелементів сприяє росту продуктивності тварин; б) добавка мікроелементів не сприяє росту, продуктивності тварин. За підсумками перевірки гіпотеза або приймається, або відхиляється.

1. **Числові характеристики випадкових величин.**
   1. **Поняття випадкової та дискретної величини.**

***Випадковою*** називається величина, котра в результаті експерименту, який може бути повторений при незмінних умовах велику кількість разів, може набути значення х1, х2,..., хn.

**Дискретною випадковою** називається величина, котра може набувати скінченну кількість значень (наприклад, кількість дітей, що народилися за добу в м. Києві).

-число появ герба при трьох киданнях монети (можливі варіанти: 0,1,2,3);

   -число пострілів в ціль до першого попадання (можливі варіанти: 1,2, ..., N, де N- число наявних патронів);

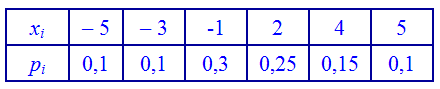
  - число помилок в книзі.

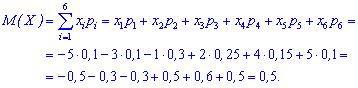
* 1. **Математичне сподівання.**

Однією з часто використовуваних на практиці характеристик при аналізі випадкових величин є математичне сподівання. Під даним терміном часто вживають "середнє значення" випадкової величини X. Розраховувати його не так важко, особливо якщо маємо дискретну величину з невеликою кількістю точок.  
**Математичним сподіванням** випадкової величини X визначеної на дискретній множині значень називається величина, яка рівна сумі попарних добутків величин X на їх ймовірності появи



Математичне сподівання показує, на яке середнє значення випадкової величини Х можна сподіватися в результаті експерименту (при значній кількості повторень).

***Приклад 1.***  Закон розподілу дискретної випадкової величини задано таблично:Обчислити математичне сподівання.

Розв'язання. Згідно наведеної вище формули, обчислюємо  
Таким чином, знайдене математичне сподівання рівне M(x)=0,5.

**Властивості математичного сподівання**

1. Математичне сподівання від сталої величини C дорівнює сталій M (c) = c

2. Сталий множник при випадковій величині можна виносити за знак математичного сподівання

M (cx) = c·M(x)

1. Математичне сподівання суми випадкових величин дорівнює сумі математичних сподівань доданків.

**2.3 Дисперсія, її властивості.**

**Відхилення від середнього значення –** різниця між даним значенням і середнім.

***Приклад2.*** Розглянемо вибірку 0, 0, 1, 1, 3, 3, 3, 5; *n* = 8, =2.

Знайдемо відхилення *хі-*кожного значення *хі* від середнього значення . Результати занесемо в таблицю.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Значення *х* | Середнє арифметичне | Відхилення *хі-* |
| 0  0  1  1  3  3  3  5 | 2  2  2  2  2  2  2  2 | -2  -2  -1  -1  1  1  1  3 |
|  |  |  |

Сума всіх відхилень дорівнює 0.

Для будь-якої вибірки , тому в статистиці користуються іншим показником – середнім квадратичним відхиленням, який знаходиться так: усі відхилення підносяться до квадрата; знаходять середнє арифметичне цих квадратів, із знайденого середнього арифметичного добувають квадратний корінь. Середнє квадратичне відхилення позначається грецькою буквою (“сигма” мала):

.

2 в статистиці називають **дисперсією**.

Розглянемо вибірку 0, 0, 1, 1, 3, 3, 3, 5; *n* = 8, =2.

***Приклад 3.*** Знайдемо середнє квадратичне відхилення значень вибірки: 5, 8, 10, 12, 17, 20.

Розв’язання

Знаходження середнього квадратичного подано в таблиці

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Значення *х* | Середнє арифметичне | Відхилення  *хі-* | Квадрат відхилення  (*хі-*)2 | Квадратичне відхилення |
| 5  8  10  12  17  20 |  | -7  -4  -2  0  5  8 | 49  16  4  0  25  64 |  |
|  |  |  |  |  |

Якщо вибірку задано статистичним рядом, то

, або ;

або  .

**Найпростіші властивості дисперсії:**

Властивість 1. Дисперсія будь-якої випадкової величини невід’ємна.

Властивість 2. Дисперсія постійної величини рівна нулю: *D(C)=0.*

##### Властивість 3. Дисперсія добутку сталої величини на випадкову величину рівна добутку квадрату постійної величини на дисперсію випадкової величини: D(cx) = c

Властивість 4. Дисперсія суми дорівнює сумі дисперсій доданків.

D(x + y) = D(x) + D(y).

***Приклад 4.*** Для статистичного ряду

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *хі* | -1 | 0 | 3 | 5 | 8 | Знайти  та . |
| *ni* | 2 | 1 | 4 | 2 | 1 |

*Розв’язання*

Обсяг вибірки *n* = 10.

Середнє значення вибірки: .

Середнє квадратичне відхилення значень:

= ==.

*Відповідь:* =2,8; 2,71.

Отже: математичне сподівання є тим «середнім» значенням, навколо якого розподілені всі можливі значення випадкової величини. Випадкові величини при однаковому середньому можуть змінюватися у вузьких межах або в широких. Для того, щоб охарактеризувати розкид, розсіювання випадкової величини застосовують дисперсію або середньоквадратичне відхилення.

**Домашнє завдання**

1. Для вибірки, заданої варіаційним рядом –20, -20, 0, 0, 0, 0, 0, 10, 10, 10 знайдіть моду, медіану, середнє значення, середнє квадратичне відхилення.
2. Для вибірки, заданої статистичним рядом

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *хі* | 125 | 127 | 130 | 140 | знайти  і . |
| *ni* | 2 | 4 | 3 | 1 |