**Тема: Правила знаходження екстремуму функції за допомогою ІІ похідної.**

План

1. Необхідна і достатня умови екстремуму функції.
2. Правила знаходження екстремуму за допомогою другої похідної.
3. Приклад знаходження екстремуму функції за допомогою другої похідної.

Література

1. Афанасьєва О.М., Бродський Я.С., Павлов О.Л., Сліпенко А.К. Математика (підручник для студентів ВНЗ І-ІІ р.а. технічних спеціальностей) – К.: Вища школа, 2001
2. Афанасьєва О.М., Бродський Я.С., Павлов О.Л., Сліпенко А.К. Дидактичні матеріали з математики (навчальний посібник для студентів ВНЗ І-ІІ р.а.) – К.: Вища школа, 2001
3. Шкіль М.І., Слєпкань З.І., Дубинчук О.С. Алгебра і початки аналізу (підручник) , 10-11 кл. – К.: Зодіак – ЕКО, 2002.
4. Бевз Г.П. та інші. Математика: Підручник для 10 – 11 кл. загальноосвітніх навчальних закладів. – К.: Генеза, 2012

Питання для самоконтролю

* + - 1. Сформулюйте необхідну ознаку локального екстремуму функції.
      2. Сформулюйте достатню ознаку екстремуму функції за допомогою другої похідної.
      3. Назвіть алгоритм знаходження екстремуму функції за допомогою другої похідної.
      4. Чи вірно, що якщо в критичній точці *f"(x0)* < 0, то в цій точці функція досягає локального мінімуму?
      5. Якою точкою є критична точка, в якій *f"(x0)* > 0.

Завдання для самоконтролю

Вивчити алгоритм знаходження екстремуму функції за допомогою другої похідної.

Знайти екстремум за допомогою другої похідної:.

1. Необхідна і достатня умови екстремуму функції.

**НЕОБХІДНА ОЗНАКА ЛОКАЛЬНОГО ЕКСТРЕМУМУ**

Якщо функція має в точці x0 локальний екстремум, то її похідна або рівна нулю f'(x0)=0 , або не існує. Точки, які задовольняють виписаним вище вимогам ще називають критичними точками. Проте не в кожній критичній точці функція має екстремум. Відповідь на питання: чи буде критична точка точкою екстремуму дає наступна теорема.

**ДОСТАТНЯ ОЗНАКА ІСНУВАННЯ ЕКСТРЕМУМУ ФУНКЦІЇ ЗА ДОПОМОГОЮ ДРУГОЇ ПОХІДНОЇ**

Теорема. Нехай функція два рази диференційована в околі точки *x0*і похідна рівна нулю *f'(x0) =* 0 . Тоді в точці *x = x0* функція має локальний максимум, якщо друга похідна в ній менша нуля *f"(x0)* < 0 , і локальний мінімум, якщо друга похідна додатна *f"(x0)* > 0.

Якщо ж *f"(x*0*) =* 0, то точка *x = x0* може й не бути точкою екстремуму.

1. **Правила знаходження екстремуму за допомогою другої похідної.**

1) знайти область визначення *D(f)*;

2) знайти похідну *f'(x)*;

3) знайти критичні точки *x0*;

4) визначати другу похідну *f"(x)*і досліджувати згідно теореми;

5) обчислити значення функції в точках екстремуму.

1. **Приклад знаходження екстремуму функції за допомогою другої похідної.**

Дослідити на екстремум функцію *y = cos x + sin x, x*[].

Розв’язання. Функція визначена на всій числовій прямій. Знаходимо першу й другу похідну: *y′ = - sin x + cos x, y′′ = - cos x - sin x.*

Шукаємо критичні точки функції:

*y′ = 0* або *- sin x + cos x = 0.*

Звідси *tg x = 0*  або *x = k* , де *k* = 0,

Відрізку [] належить тільки одна критична точка *x = 0*. Знайдемо значення другої похідної при  *x = 0*:

*y′′(0)= - cos 0 - sin 0 = -1.*

Таким чином, на відрізку []. функція *y = cos x + sin x* має тільки один екстремум, а саме, максимум:

*ymax = y(0)= cos 0 + sin 0 = 1.*