**Тема: Радіанне вимірювання кутів. Тригонометричні функції числового аргументу. Знаки тригонометричних функцій.**

**План**

1. **Радіанна міра вимірювання кутів.**
2. **Тригонометричні функції числового аргументу.**
3. **Визначення значень тригонометричних функцій деяких чисел.**
4. **Вивчення зміни знаків тригонометричних функцій.**
5. **Радіанна міра вимірювання кутів**

Як відомо, кути вимірюються в градусах, хвилинах, секундах.

***Градусом*** називається  частина розгорнутого кута.

Таким чином, розгорнутий кут дорівнює 180°, прямий кут дорівнює 90°.

Між градусами, хвилинами і секундами існують співвідно­шення: 1º = 60', 1' = 60'', 1' = , 1' = . Крім градусної міри, використовуються і інші одиниці вимі­рювання кутів. У математиці і фізиці це радіанна міра кута.

**1 радіан** — центральний кут, який опирається на дугу, довжина якої дорівнює радіусу (рис.1).

Установимо зв’язок між радіанним і градусним вимірюванням кутів. Куту, що дорівнює 180°, відповідає півколо, тобто дуга, довжина якої дорівнює πR (рис.2). Щоб знайти радіанну міру кута в 180°, треба довжину дуги πR розділити на

довжину радіуса *R: *. Отже, радіанна міра кута в 180° дорівнює π:

180° = π рад

Із цієї формули одержуємо (розділивши ліву і праву частини рівності на 180):

1° = ** рад, або 1°  0,017 рад.

Із рівності 180° = π рад також одержуємо (розділивши ліву і праву частини рівності на π):

1 рад = **, або 1 рад  57°.

**Формули переходу:**

180$ °$ - $π$ рад (формули переходу можна не запам’ятовувати, а $α°$ - *а* рад складати кожного разу пропорцію)

***а=***$\frac{α°∙ π }{180 ° }$***- перехід до радіанної міри,*** $α°$***=***$ \frac{180 ° ∙а }{π }$***– перехід до градусної міри***

Розглянемо приклади переходу від радіанної міри до градус­ної і навпаки.

***Приклад 1.*** Виразіть в радіанах величини кутів 30°; 45°; 60°; 90°.

Розділивши ліву і праву частини рівності: 180° = π рад послідов­но на 6, 4, 3, 2, одержуємо: 30° =  рад, 45° =  рад, 60° =  рад; 90° =  рад.

***Приклад 2.*** Виразіть в градусах величини кутів  рад,  рад,  рад,  рад.

Розділивши ліву і праву частини рівності: 180° = π рад послідовно на 10; 5; 12; 18, одержуємо:  рад = 18º;  рад = 36º;  рад = 15º;  рад = 10º.

***Приклад 3.*** Знайдіть в градусах 3,5 рад.

Через те що 1 рад = ** , 3,5 рад = 3,5 · ** = ** = 201° .

***Приклад 4.*** Знайдіть радіанну міру кута в 72°.

Через те що 1° = **рад, 72° = 72 · **рад = рад  1,3 рад.

При записі радіанної міри кута позначення «рад» опускають. Наприклад, замість рівності 90° =  рад, пишуть 90° =  .

1. **Тригонометричні функції числового аргументу.**

 **Сприймання і усвідомлення понять синуса, косинуса, тангенса і котангенса числа.**

Розглянемо на координатній площині коло радіуса 1 з центром у початку коорди­нат, яке називається одиничним (рис.3). Позначимо точку Ро — правий кінець горизонтального діаметра. Поставимо у від­повідність кожному дійсному числу α точку кола за такими правилом:

1) Якщо α > 0, то, рухаючись по колу із точки Ро в напрямі проти годинникової стрілки (додатний напрям обходу ко­ла), опишемо по колу шлях довжи­ною а, кінцева точка цього шляху і буде шуканою точкою Ρα.

2) Якщо α < 0, то, рухаючись із точки Ρо(рис.4) в напрямі за годинниковою стрілкою, опишемо по колу шлях дов­жиною |α|; кінець цього шляху і буде шукана точка Рα.

3) Якщо α = 0, то поставимо у відповідність точку Ро.

Таким чином, кожному дійсному числу можна поставити у відповідність точку *Ρ0* одиничного кола.

Якщо α = αо + *2*π*k,* де *k* — ціле число, то при повороті на кут α одержуємо одну і ту саму точку, що й при повороті на кут αо.

Якщо точка *Ρ* відповідає числу α, то вона відповідає і всім числам виду α + *2*π*k,* де 2π — довжина кола (бо радіус дорівнює 1), а *k —* ціле число, що показує кількість повних обходів кола в ту чи іншу сторону.

**Синусом числа α** називається ордината точки Рα, утвореної пово­ротом точки Рα (1; 0) навколо початку координат на кут в α раді­ан (позначається sin α)

Синус визначений для будь-якого числа α.

**Косинусом числа α** називається абсциса точки Рα, утвореної по­воротом точки Рα (1; 0) навколо початку координат на кут в α радіан (позначається cos α)

Косинус визначений для будь-якого числа α.

**Тангенсом числа α** називається відношення синуса числа α до його косинуса: .

Тангенс визначений для всіх а, крім тих значень, для яких cos α = 0, тобто, α =  + π*n*, *n* ** *Ζ.*

Для розв'язування деяких задач корисно мати уявлення про **лінію тангенсів** (рис.6). Проведемо дотичну *t* до одиничного кола в точці *Ρо.* Нехай α — довільне число, для якого cos α  0, тоді точка *Р*α (cos α; sin α) не лежить на осі ординат і пряма ОРα перетинає *t* в деякій точці *Т*αз абсцисою 1. Знайдемо ординату точки Тα із трикут­ника *ОРоТ*α*.*

; *у* = tgα.

Таким чином, ордината точки перетину прямих *ОР*αі *t* дорівнює тангенсу числа α. Тому пряму *t* нази­вають віссю тангенсів.

**Котангенсом числа α** називається від­ношення косинуса числа α до його синуса: .

Котангенс визначений для всіх α, крім таких значень, для яких sin α  0, тобто, a = π *n*, *n* ** *Ζ.*

Введемо поняття **лінії котангенсів** (рис.7). Проведемо дотичну *q* до одиничного кола в точці  . Для довільного числа α, якщо sin α  0 і відповідно точка Рα (cos α, sin α) не лежить на осі *ОХ* і тому пряма *ОР*α перетинає пряму *q* у деякій точці Qα з ординатою, що дорівнює 1. Із трикутника ОQα  маємо: , звідси *х* = ctg α. Таким чином, абсциса точки перетину прямої *ОР*α і *q* дорівнює котангенсу числа α, тому пряму *q* називають віссю котангенсів.

1. **Визначення значень тригонометричних функцій деяких чисел.**

Через те що поворот на кут в α радіан співпадає з поворотом 180 на кут —α градусів, аргумент синуса і косинуса можна виразити як в градусах, так і в радіанах. Наприклад, при повороті точки (1; 0) на кут , тобто на кут 90º, тому sin = sin 90° = 1, cos = cos 90° = Ο .

# Таблиця 1

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| α | 0 |  |  |  |  | π |  | 2π |
| 0° | 30° | 45° | 60° | 90° | 180° | 270° | 360° |
| sin α | 0 |  |  |  | 1 | 0 | -1 | 0 |
| cos α | 1 |  |  |  | 0 | -1 | 0 | 1 |
| tg α | 0 |  | 1 |  | не існ. | 0 | не існ. | 0 |
| ctg α | не існ. |  | 1 |  | 0 | не існ. | 0 | не існ. |

1. **Вивчення зміни знаків тригонометричних функцій.**

Число sin α — це ордината відповідної точки Рα, тому sin α > О, якщо точка розташована вище осі абсцис, тобто в І і II чвертях (рис.8). Якщо ця точка лежить нижче осі абсцис, то її ордината від'ємна в третій і четвертій чвертях.

Число cos α — це абсциса точки Рα, тому cos α > 0 в І та IV чвертях, cos α < 0 в II та III чвертях (рис.9).



Так як , , то tg α > 0 і ctg α > 0, якщо sin α і cos α мають однакові знаки, тобто в І і III чвертях, і tg α < 0 і ctg α < 0 в II і IV чвертях (рис. 10).

**Домашнє завдання.**

1. Подайте в радіанній мірі кути: а) 5°; б) 1140º; в) -765°. *Відповідь:* а) ; б) π; в) π;

2. Подайте в градусній мірі кути: а) ; б) 1,25π. *Відповідь:* а) 105°; б) 225°.

3.Визначте знак виразу:

1) cos155° – sin155°; 2) tg351° · ctg220°; 3) sin 1 · cos 2 · tg 3 · ctg 4

*Відповідь:1)*  мінус; 2) мінус; 3) плюс.