**Тема: Періодичність, парність і непарність тригонометричних функцій.**

**План**

1. **Формування поняття періодичної функції, періоди тригонометричних функцій.**
2. **Парність і непарність тригонометричних функцій.**
3. **Формування поняття періодичної функції, періоди тригонометричних функцій.**

У природі часто зустрічаються явища, які повторюються пері­одично. Наприклад, Земля при обертанні навколо Сонця періо­дично повертається У своє початкове положення через рік, два роки, три роки і т. д., тому говорять, що період обертання Землі навколо Сонця дорівнює одному року. Періодичний характер мають рухи маховика і колінчатого вала. Властивість періодич­ності мають звукові, електромагнітні явища, робота серця люди­ни і т. д. Закономірності періодичних явищ описуються періо­дичними функціями, до вивчення яких ми і приступаємо.

!

Функція *у = f(x)* називається періодичною з періодом Т  0, якщо для будь-якого х із області визначення числа *х* + Т і *х* – Т також належать області визначення і виконується рівність *f*(*x* + Т) = *f*(*x* – Т) = f(*x*).

Так як одній і тій самій точці Рα одиночного кола відповідає нескінченна множина дійсних чисел α + 2πk, де k  Z, то

sin(α + *2*$π$*k*) *=* sin α

cos(α + *2*$π$*k*) *=* cos α

Звідси випливає, що *2*$π$*k –* періоди функції синус і косинус *(k*  *0).*

Доведемо, що число 2π є найменшим додатним періодом функ­ції *у = cos х.* Нехай *Τ > 0 –* період косинуса, тобто для будь-якого *х* виконується нерівність cos *(х + Τ)* = cos *x.* Взявши *х* = 0, одер­жимо cos Т = 1. Звідси *Τ = 2*$π$*k, k*  *Ζ.* Через те що *Τ > 0, Τ* може дорівнювати 2π, 4π, 6π... і тому період не може бути меншим 2π.

Можна довести, що найменший період функції *у =* sin *x* теж дорівнює 2π. Нехай *Τ —* довільний період синуса. Тоді sin(*x* + Τ) = sin *x* для будь-якого *х.* Взявши *х* = , одержимо sin  = sin  = 1, але sin  = 1, якщо *Т +*  *=*  *+ 2πn , n*  *Ζ,* тому *Τ = 2πn.* Найменше додатне число виду *2πn, n**Ζ* є число 2π.

Доведемо, що найменшим додатним періодом функції *у = tg х* є число π. Нехай *Т —* додатний період тангенса, тобто tg(*x*+ *Т*) *=* tg *х.* Взявши *х = 0,* маємо tg *Т = tg 0* = 0. Звідси *Т* = *πn, n*  *Ζ.* Через те що найменше ціле додатне *n =* 1, π — найменший період функції *у* = tg *х.* Найменшим додатним періодом котангенса теж є число π. Отже, tg (α + π*n*) = tg α , ctg (α + *πn) =* ctg α.

Як правило, слова “найменший додатний період” опускають. Прийнято говорити, що період тангенса і котангенса дорівнює π, а період косинуса і синуса дорівнює 2π.

**Справедливе твердження.**

!

Якщо функція *у = f(x)* періодична і має період *Т,* то функція *у = Af(kx* + *b),* де А, *k, b —* постійні *(k*  *0),* також періодична, причому її період дорівнює 

1. **Парність і непарність тригонометричних функцій.**



Оскільки точки Рα і Р-α одиничного кола симет­ричні відносно осі *ОХ,* то ці точки мають однакові абсциси і про­тилежні ординати, тобто sin (-α) *=* -sin α; cos (-α) = cos α.

Можна довести аналітично, що tg α і ctg α непарні:

,

.

Отже синус, тангенс і котангенс – непарні функції, а косинус – парна.

**Домашнє завдання.**

* Вивчити конспект;
* Розв’язати №№801, 807, 866 (Г.Н.Литвиненко. Збірник завдань для атестації з математики учнів 10-11 кл.).