**Тема:Обернені тригонометричні функції.**

**План**

1. **Поняття arcsin αі властивості функції *у =* arcsin *х.***
2. **Поняття arccos *a* і властивості функції *у =* arccos *x.***
3. **Поняття arctg *a* і властивості функції *у =* arctg *х.***
4. **Поняття arcctg *a* і властивості функції *у =* arcctg *х.***
5. **Властивості обернених тригонометричних функцій**
6. **Поняття arcsin αі властивості функції *у =* arcsin *х.***

Як ви знаєте, функція *у* = sin *х* зростає на проміжку  і приймає всі значення від -1 до 1, тобто кожне своє значення функція приймає в єдиній точці області визначення. Отже, рівняння sin *х* = *а, │а│* 1 на проміжку  має єдиний корінь, який називається арксинусом числа *а* і позначається arcsin *a.****( «arcus»-кут)***

!

*Арксинусом* числа *а* називається таке число із проміжку , синус якого дорівнює *а (*|*а*|$\leq $1) ***arcsin a=***$φ: φ\in \left[-\frac{π}{2};\frac{π}{2}\right]$ ***, sin*** $φ=a$

***Приклад 1.*** Знайдемо arcsin .

arcsin  =  , бо sin  =  і .

Оскільки кожному значенню *х* [-1; 1] можна поставити у відповідність єдине значення arcsin *x,* то можна говорити, що існує функція *у* = arcsin *х.*

Графік функції *у =* arcsin *х* одержимо із графіка функції *у =* sin *х,* *х*  перетворенням симетрії відносно прямої *у = х* (рис. 2). Розглянемо влас­тивості функції *у =* arcsin *х.*

**Порівняльна таблиця**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| функція | *у* = arcsin *х* | *у =* arccos *х.* |
| графік |  |  |
| D(*y*) | [-1; І]. | [-1; І]. |
| Е(*у*) |  | [0;π]. |
| парність | Графік симетричний відносно початку координат (функція непарна) **arcsin *(-х) =* -arcsin *х.*** | Графік не симетричний ні віднос­но початку координат, ні віднос­но осі OY. **arccos (-*х*) = π - arccos *х*** |
| нулі | *у* = 0, якщо *х* = 0 | *у =* 0, якщо *х* = 1 |
| монотонність | Функція зростаюча. Якщо *х*1 *> х*2 то arcsin *х*1 *>* arcsin *х*2 | Функція спадна. Якщо *х*1 *> х*2 то arccos *х*1 *<* arccos *х*2 |

1. **Поняття arccos *a* і властивості функції *у =* arccos *x.***

Функція *у =* cos *x* спадає на відрізку [0; π] і приймає всі значення від -1 до 1, тому рівняння cos *x = а,* |*а*|$\leq $1 на проміжку [0; π] має єдиний корінь, який називається арккосинусом числа *а* і позначається arccos *a.*

!

*Арккосинусом* числа *а* називається таке число з проміжку[0; π], косинус якого дорівнює *а (*|*а*|$\leq $1) ***arccos a=***$φ: φ\in \left[0;π\right]$***, cos*** $φ=a$

***Приклад 1.*** Знайдіть arccos .

arccos  = , бо cos =  i  [0;π].

Аналогічно можна говорити про функцію *у =* arccos *x.* Графік функції *у* = arccos *x* одержимо із графіка функції *у* = cos *x, x*  [0; π] пере­творенням симетрії відносно прямої у = *х* (рис. 3).

Обчисліть і занесіть в таблицю:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *а* | 0 |  |  |  | 1 | -1 |
| *arcsin a* | 0 |  |  |  |  | - |
| *arccos a* |  |  |  |  | 0 | $$π$$ |

1. **Поняття arctg *a* і властивості функції *у =* arctg *х.***

Функція *у = tg х* на проміжку  зростає і приймає всі значення із *R,* тому для будь-якого *а* рівняння tg *х* = *а* має єдиний корінь із проміжку , який називається арктангенсом числа *а* і позначається arctg *а.*

!

 *Арктангенсом* числа *а* називається таке число з проміжку , тангенс якого дорівнює *а.* ***arctg a=***$φ: φ\in \left(-\frac{π}{2};\frac{π}{2}\right)$ ***, tg*** $φ=a$

***Приклад 1.*** *arctg  =*  *, бо tg* *=* і *,* *.*

Графік функції *у* = arctg *х*: одер­жимо із графіка функції *у* = tg *х*, *х* перетворенням симетрії

відносно прямої *у = х* (рис. 4).

Розглянемо властивості функції *у* = arctg *х*:

**Порівняльна таблиця**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| функція | *у* = arctg *х* | *у =* arcctg *х.* |
| D(*y*) | R | R |
| графік |  |  |
| Е(*у*) | . | (0; π*).* |
| парність | Графік симетричний відносно по­чатку координат, функція непарна:  **arctg (-*х*) *=* - arctg *х.*** | Графік не симетричний ні відносно початку координат, ні відносно осі *OY.* **arcctg *(-х) = π -* arcctg *х.*** |
| нулі | *у* = 0, якщо *х* = 0 | немає |
| монотонність | Функція зростаюча. Якщо *х*1< *х*2 то arctg *х*1 *<* arctg *х*2 | Функція спадна. Якщо *х*1< *х*2 то arcctg *х*1 > arcctg *х*2*.* |

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *a* | *0* |  |  | *1* | *-1* |
| *arctg a* | *0* |  |  |  | $$-\frac{π}{4}$$ |
| *arcctg a* |  |  |  |  | $$\frac{3π}{4}$$ |

1. **Поняття arcctg *a* і властивості функції *у =* arcctg *х.***

Функція *у =* ctg *х* на інтервалі (0; π*)* спадає і приймає всі значення із R, тому для будь-якого числа *а* в інтервалі (0; π) існує єдиний корінь рівняння ctg *х* = *а.* Це число називають арккотангенсом числа *а* і позначають arcctg *a.*

!

*Арккотангенсом* числа *а* називається таке число із інтервалу (0; π*),* котангенс якого дорівнює *а.* ***arcctg a=***$φ: φ\in \left(0;π\right)$ ***, ctg*** $φ=$***a***

***Приклад 1****.* arcctg  *=* *,* бо ctg  =  і   (0; π).

Графік функції *у =* arcctg *x* можна одержати із графіка функ­ції *у* = ctg *x* у результаті перетворення симетрії відносно пря­мої *у* = *х* (рис. 5).

Укажемо властивості функції *у =* arcctg *х* і занесемо їх в таблицю

1. **Властивості обернених тригонометричних функцій**:

**arcsin(sin x) = x,** $-\frac{π}{2}\leq x\leq \frac{π}{2}$ **, cos(arccos x) = x,**$ \left|x\right|\leq $**1**

**sin(arcsin x) = x,** $\left|x\right|\leq $**1 , arcos(cos x) = x,** $0\leq x\leq π$

**arcsin a + arcos a =**$ \frac{π}{2}$

**arctg a + arcctg a =** $\frac{π}{2}$

Значення обернених тригонометричних функцій можна об­числювати за допомогою таблиць або мікрокалькулятора.

**Домашнє завдання.**

* Вивчити означення і властивості обернених тригонометричних функцій
* №№34-36 (Г.Н.Литвиненко. Збірник завдань для атестації з математики учнів 10-11 кл.)