**Тема:** **Степінь числа із раціональним показником. Арифметичний корінь n-го степеня.**

**План**

1. **Степінь з цілим показником**
2. **Корінь *п*-го степеня**
3. **Степінь з раціональним показником**
   * + 1. **Степінь з цілим показником**

**Екскурс в історію**

Термін “показник” для степеня ввів у 1553р. німецький математик

(спочатку монах, а потім- професор) Михайль Штифель

(1487-1567). По-німецьки “показник”- Exponent, з латині

exponere-“виставляти на показ”; exponens,exponentis “що виставляється на

показ”, “той, що показується”. Штифель увів дробові й нульові показники.

Позначення ж для натуральних показників увів Рене Декарт (1637), а

вільно поводитися з такими самими дробовими й від’ємними показниками

почав з 1676 року Ісаак Ньютон. Степені з довільними дійсними

показниками, без будь-якого загального означення, розглядали Лейбніц та

Іоганн Бернуллі.

Вираз *аn* називається степенем з натуральним показником.

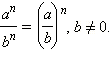
Нехай *a* - будь-яке дійсне число; *n* - натуральне число, що більше одиниці. *n*-м степенем числа a називається добуток *n* множників, кожний з яких дорівнює *a*.

  Число a називається основою ступеня, а *n* - показник ступеня.

Третя ступінь числа називається кубом, друга - квадратом. Першим рівнем називається саме число *a*.

Якщо *n* = 1, то за означенням вважають, що *a*1 = *a*. Число *a* називається основою степеня, число *n* - показник степеня.

Справедливі наступні **властивості степеня**:

1. *an* · *ak* = *an+k*
2. *an* : *ak* = *an-k*, если *n* > *k*.
3. (*an*)*k* = *ank*.
4. *an* · *bn* = (*ab*)*n*.
5. 

Наприклад, http://festival.1september.ru/articles/613858/Image11338.gifhttp://festival.1september.ru/articles/613858/Image11339.gif

За означенням вважають, що *a*0 = 1 для будь-якого *а*. Нульовий степінь числа 0 не визначений.

За означенням вважають, що, якщо *а*  *n* - натуральне число, то http://festival.1september.ru/articles/613858/Image11342.gif

Справедлива рівністьhttp://festival.1september.ru/articles/613858/Image11343.gifНаприклад, http://festival.1september.ru/articles/613858/Image11344.gif

* + - 1. **Корінь *п*-го степеня**

!

Коренем *п*-го степеня із дійсного числа *а* називається число, *n*-й степінь якого дорівнює *а.*

*Наприклад:* корінь третього степеня із числа 8 дорівнює 2, бо 23 = 8. Корінь четвертого степеня з числа 81 є числа 3 і -3, бо 34 = 81, (-3)4 = 81.

Згідно даного означення, корінь *п*-го степеня — це корінь рівняння *хn = а.* Число коренів цього рівняння залежить від *п* і *а.*

Якщо *п —* парне, тобто *п = 2k, k**N,* то рівняння *х*2k=*а* має два корені, якщо *а >* 0; один корінь, якщо *а =* 0; не має коренів, якщо *а <* 0.

Якщо *п —* непарне, тобто *п = 2k* + 1,*k**N,* то рівняння *х2k+1 = а* завжди має лише один корінь.

|  |  |
| --- | --- |
|  | |
|  | ***Означення* арифметичного кореня *n*-го степеня з числа *а:*** |
|  | , ,…, - існують для *а**R.* Якщо *а*< 0, то = - .  , , … , - існують для *а* 0. Тотожності Якщо існує, то=*а* .  ,*а*R  ,*а*R. Основні властивості =  · ,, .  , , . |
|  | ,  ,  . |

!

Невід'ємний корінь рівняння х*n* = *а* називають арифметичним коренем *n*-го степеня із числа *а.*

!

Арифметичним коренем *n*-го степеня із невід'ємного числа *а* називається таке невід'ємне число, *n*-й степінь якого дорівнює *а.*

Арифметичний корінь *п*-го степеня із числа *а* позначають так:. Число *n* називають показником кореня, число *а —* підкоре­невим числом (виразом).

Якщо *п* = 2, то замість  пишуть і називають арифме­тичним квадратним коренем.

Арифметичний корінь третього степеня називають кубічним коренем.

У тих випадках, коли зрозуміло, що мова йде про арифметич­ний корінь *n*-го степеня, коротко говорять «корінь *п*-го степеня».

***Приклад.*** Знайдемо значення:

а) ; б) ; в) ; г) .

а)  = 2, оскільки 23 = 8 і 2 > 0;

б) *=* 3, оскільки 34 = 81 і 3 > 0;

в)  = 1, оскільки 15 = 1 і 1 > 0;

г)  = 0 , оскільки 0100 = 0.

Корінь парного степеня існує лише з невід'ємних чисел, отже, вираз  має смисл, якщо  і набуває невід'ємних значень.

Корінь непарного степеня існує з будь-якого дійсного числа і до того ж тільки один.

Для коренів непарного степеня справедлива рівність = – .

Дійсно *.*

Рівність = –  дозволяє виразити корінь непарно­го степеня з від'ємного числа через арифметичний корінь того ж степеня.

***Приклад.*** Знайдемо значення:

а) ; б) ; в) .

a)  = -  = -2; б) = -  = -2 ; в) = -  = -3 .

Отже, вираз  має смисл для будь-якого *а*Rі може набувати будь-яких значень.

* + - 1. **Степінь з раціональним показником**

Нехай тепер http://festival.1september.ru/articles/613858/Image11374.gifhttp://festival.1september.ru/articles/613858/Image11375.gifЗа означенням вважають, що http://festival.1september.ru/articles/613858/Image11376.gif

Якщо ж *a* > 0, то за означенням 

Поняття нецілого степеня від’ємного числа не має змісту.

Степінь з будь-яким раціональним показником має ті ж властивості, що і степінь з натуральним показником.

**Домашнє завдання**

Розв’язати №11, 13, 14 (Г.Н.Литвиненко. Збірник завдань для атестації з математики учнів 10-11 кл.)