**Тема: Ірраціональні рівняння та нерівності.**

1. Поняття ірраціонального рівняння.

!

Рівняння, в яких під знаком кореня міститься змінна (невідо­ма), називають *ірраціональними.*

*Наприклад: * + 3 = 0,  =  *+ х —* ірраціональні рів­няння.

Розв’язати рівняння означає знайти усі його корені або довести, що їх немає.

 2. Сприймання і усвідомлення методів розв'язування ірраціональних рівнянь.

Основними методами розв’язування ірраціональних рівнянь є:

* *через ОДЗ;*
* *піднесення обох частин рівняння до одного і того самого степеня;*
* *заміна змінної;*
* *графічний.*

Розв'язування ірраціональних рівнянь ґрунтується на приве­денні їх за допомогою деяких перетворень до раціонального рів­няння. Як правило, це досягається піднесенням обох частин ірра­ціонального рівняння до одного і того самого степеня (інколи декілька разів).

При піднесені обох частин рівняння до *непарного* степеня завжди отримуєм *рівняння, рівносильне даному*

При піднесені обох частин рівняння до *парного* степеня завжди отримуємо *рівняння – наслідок.* При піднесенні обох частин рівняння до парного степеня одер­жане рівняння може мати корені, що не задовольняють даному рівнянню. Такі корені називаються сторонніми для даного рівнян­ня. (Це відбувається тому, що із рівності парних степенів двох чисел не слідує рівність цих чисел.

*Наприклад:* (-5)2 = 52*,* але (-5)≠5.

Тому слід обов'язково робити перевірку одержаних коренів або замінювати рівносильною системою.

***Приклад 1.*** Розв'яжіть рівняння = – 3.

Розв'язання

Рівняння = – 3 не має коренів, так як радикал с пар­ним показником *-* не може бути від'ємним.

***Приклад 2.*** Розв'язати рівняння $\sqrt{2х-5}=\sqrt{4х+7}$

Розв’язання $(\sqrt{2х-5})^{2}=(\sqrt{4х+7})^{2}$;

2х-5=4х+7;

-2х=12;

х= -6.

*Перевірка:* $\sqrt{-12-5}=\sqrt{-24+7}$*-* невірна рівність. Рівняння не має коренів.

***Приклад 3.*** = 2 – *х .*

Розв'язання

= (2 – *х*)2;

*х –* 2 = 4 – 4*х + х*2;

*х*2 *–* 6*х* + 6 = 0;

*х* = 2 або *х* = 3.

*Перевірка:* 1)  = 2 – 2; 2)  ≠2 – 3*.*

*Відповідь*: 2.

***Приклад 4.*** Розв'яжіть рівняння  = 3.

Розв'язання

 = 3;

 ( )3 = 33 ;

2*х –* 1 = 27;

*х =* 14.

*******Відповідь:* 14.

***Приклад 5.*** Розв'яжіть рівняння  = 5 – .

Розв'язання

## Обидві частини рівняння піднесемо до квадрата. Одержимо

2*х* – 6 = 25 – 10 + *x* + 4 , або після перетворення 10 = 35 – *х*.

Знову піднесемо до квадрата обидві частини рівняння:

100(*х* + 4) = (35 – *х*)2;

100*х* + 400 = *x2* – 70*x +* 1225;

*x*2 *–* 170*x +* 825 = 0;

звідси *х*1 = 5, *х*2 = 165.

*Перевірка:* 1)  =  = 2, 5 –  = 5 – 3 = 2;

2)  ≠ 5 – .

*Відповідь:* 5.

**3. Сприймання і усвідомлення методів розв'язування ірраціональних нерівностей.**

При розвязанні ірраціональних нерівностей можна використовувати ті ж ідеї, що і при розвязанні ірраціональних рівнянь, але так як проста перевірка рішень неможлива (адже рішеннями нерівностей є найчастіше цілі числові проміжки), то необхідно використовувати рівносильність.

Наведемо схеми розвязання основних типів ірраціональних нерівностей методом рівносильних переходів від однієї нерівності до системи нерівностей.

$\sqrt{f\left(x\right)}$ >*a* $\sqrt{f(x)}$ *<a*

*a<0 a>0 a<0 a>0*

$f\left(x\right)\geq $*0* $f\left(x\right)$*>a2 x*$\in ∅$$\left\{\begin{array}{c}f\left(x\right)<a^{2}\\f\left(x\right)\geq 0\end{array}\right.$





***Приклад 6.*** Розв’яжіть нерівності:



Розв’язання. 

2) Нерівність рівносильна системі

Розв’яжемо її.

﻿ ***Приклад 7.*** Розв’яжіть нерівність: 

Розв’язання. Нерівність рівносильна системі

 

Звідси отримаємо х ≥ 5 (графічна ілюстрація на малюнку 37).

***Приклад 8.*** Розв’яжіть нерівність 

Розв’язання. Нерівність рівносильна сукупності систем





0 ≤ х ≤ 4 (мал. 38).

 Об’єднуючи отримані в пункті 1 і 2 результати, отримаємо

**Домашнє завдання**

- вивчити схеми розв’язання ірраціональних рівнянь і нерівностей

- №274(а), 277(а), 278(а), 309(а) (Г.Н.Литвиненко. Збірник завдань для атестації з математики учнів 10-11 кл.)