**Тема: Дії над матрицями.**

План

1. Означення матриць.

### Види матриць.

1. Дії над матрицями.

Література

1. В.В. Пак, Ю.Л. Носенко «Вища математика» підручник - Д.: «Видавництво Сталкер» 2006р.

2. Дубовик В.П., Юрик І.І. «Вища математика» Навч. Посібник - К.:А.С.К., 2011р. – 648с.

3. Коваленко І.П. «Вища математика» Навч. Посібник – К. Вища шк.., 2006. – 343с.

4. [www.mathurok.com](http://www.mathurok.com)

Питання для самоконтролю

1. Що називається матрицею порядку (розміру) *m*×*n*?
2. Які види матриць відомі?
3. Що таке головна і побічна діагоналі матриць?
4. Як додати дві матриці?
5. Як перемножити дві матриці? Яку матрицю називають транспонованою?

Завдання для самоконтролю

Вивчити означення.

Виконати дії над матрицями: для пункту а) знайти матрицю 3А –5В; для пункту б) знайти добуток матриць АВ і ВА:

 а) А=, В=; б) А= , В=.

Теорія матриць відіграє важливу роль не тільки у всіх галузях математики, але й у фізиці. Тому її вивчення повинно бути дуже ретельним. Матриці з числовими елементами є природнім узагальненням чисел і широко використовуються в алгебрі, як приклади алгебраїчних структур.

**1. Означення матриць**

Матрицею порядку (розміру) *m*×*n* називається прямокутна таблиця чисел, що містить *m* рядків і *n*стовпців. Матриці позначаються великими літерами, наприклад: *А*, *B*, а елементи матриць – малими літерами з двома індексами: *aij, bij*. Перший індекс указує номер рядка, другий – номер стовпця, на перетині яких знаходиться елемент у матриці. Записується матриця за однією із форм:



Використовуються і скорочені позначення: *Аm*×*n*,[*aij*], ║*aij*║ .

### **2. Види матриць**

1.      Матриця порядку *n*$×$*n* називається ***квадратною*** матрицею *n-*го порядку.

2.      ***Діагональною***називається квадратна матриця, в якій всі елементи, що не належать головній діагоналі, дорівнюють нулю*.*

3.      Діагональна матриця, в якій всі елементи головної діагоналі дорівнюють одиниці, називається ***одиничною* *матрицею*** і позначається літерою *Е.* Е = = [ij], де ij = – символ Кронекера.

4.      Матриця будь-якого розміру називається ***нульовою***, якщо всі її елементи дорівнюють нулю.

5.      Матриця, що складається з одного рядка, називається ***матрицею*(*вектором*)*-рядком***, а з одного стовпця – ***матрицею*(*вектором*)*-стовпцем****.*

6.      Квадратна матриця, в якій всі елементи під (над) головною діагоналлю, дорівнюють нулю, називається ***верхньою (нижньою) трикутною матрицею*.**

Наприклад,



      а)                б)                 в)                 г)           ґ)             д)              е)

квадратна   діагональна      одинична        нульова    матриця-   матриця-     верхня

 матриця       матриця           матриця         матриця   стовпець      рядок       трикутна

Набір елементів *a11, a22, …, ann*   утворює *головну діагональ*, а набір *a1n, a2n-1, …, an1*     — *побічну діагональ*.

Приміром, матриця
— квадратна матриця 3-го порядку; елементи 1,5,9 утворюють головну діагональ, а елементи   3,5,7 - побічну.

1. **Дії над матрицями.**

1.      **Рівність матриць.** Дві матриці *А* і *В* однакового розміру називаються *рівними*(*А*= *B*), якщо *aij = bij* для будь-яких *і*,*j*.

2.      **Множення матриці на число.** Добутком матриці *Аm*×*n* на число *λ* називається матриця *Вm*×*n* = *λА*, кожний елемент якої дорівнює добутку відповідного елемента матриці *А* на число *λ*(*bij* *= λaij*)*.*

3.      **Додавання (віднімання) матриць.** Сумою (різницею) матриць *A* і *B*однакового розміру *m*×*n* називається матриця *Сm*×*n* = *А*± *B*, елементи якої *cij = aij*± *bij*дорівнюють сумам (різницям) відповідних елементів матриць *A* і *B*. Наприклад,

4.      **Множення матриць.** Для введення добутку двох матриць визначимо спочатку добуток рядка і стовпця однакової довжини (рядок – лівий множник, стовпець – правий множник, бо порядок співмножників тут важливий!):

  = 

У результаті одержимо квадратну матрицю першого порядку, яку можна ототожнити з її єдиним елементом 

**Добуток АВ матриць А і В визначаємо тільки тоді, коли кількість стовпців матриці А дорівнює кількості рядків матриці В.**

Нехай матриця А має розмір , а матриця В – n.

**Добутком матриць** А і В називається матриця С = АВ, що має розмір kr, а її елемент  дорівнює добутку і-го рядка матриці А і j-го стовпця матриці В:

cij =  = 

i =1,…, k; j =1,…, r.

Приклади:

1).   = ;

2).   ;

3).   = ;

4).  

Приклади:

1)  





**Зауваження**. Кількість рядків матриці *C = AB* дорівнює кількості рядків матриці *А*, а кількість стовпців – кількості стовпців матриці *B*.

***Приклад.***Знайти *AB* і *BA*, якщо



### ***Деякі властивості добутку матриць***

* добуток матриць *не комутативний* *АВ*≠ *ВА*. Якщо *АВ*= *ВА*, то матриці *A* і *B* називаються *комутативними;*
* добуток *діагональних* матриць є *діагональна матриця;*
* добуток одиничної матриці *Е* на матрицю *А* дорівнює матриці *А* (*EA*=*A*)*;*
* добуток *квадратних* матриць *асоціативний*, тобто (*АВ*)*С*= *А*(*ВС*).

5.      **Піднесення до степеня.** Цілим додатним степенем *Аm* називається добуток *m* матриць, що дорівнюють *А*:.

6.      **Транспонування матриці** – перехід від матриці *Аm*×*n* до матриці *АTn*×*m*, в якій рядки і стовпці помінялися місцями зі збереженням порядку, наприклад, якщо

*A*= то *AT* =

Властивості транспонування матриці:

1.      *(A + B)T = AT + BT*.

2.      *(lA)T = lAT*.

3.      *(AB)T = BTAT*.

4.      *(AT)T = A*.