**Тема: Обчислення визначників.**

План

1. Визначник матриці.
2. Методи обчислення визначників.
	1. Правило трикутника.
	2. Правило Саррюса.
	3. Правило розкладання за елементами будь-якого рядка чи стовпчика.
	4. Правило перетворення на нуль всіх елементів стовпця(рядка), крім одного.
	5. Метод зведення до трикутного виду.

Література

1. В.В. Пак, Ю.Л. Носенко «Вища математика» підручник - Д.: «Видавництво Сталкер» 2006р.

2. Дубовик В.П., Юрик І.І. «Вища математика» Навч. Посібник - К.:А.С.К., 2011р. – 648с.

3. Коваленко І.П. «Вища математика» Навч. Посібник – К. Вища шк.., 2006. – 343с.

4. [www.mathurok.com](http://www.mathurok.com)

Питання для самоконтролю

1. Що називається визначником матриці?
2. Як обчислити визначник першого порядку?
3. Як обчислити визначник другого порядку?
4. Які правила обчислення визначників третього порядку існують?
5. В чому полягає правило трикутника?
6. В чому полягає правило Саррюса?

Завдання для самоконтролю

Вивчити означення та правила обчислення визначників.

Обчислити визначники матриць:

1)  ; 2)  ; 3)  ; 4) 

1. **Визначник матриці.**

 **Із історії.** Китайський текст [«Математика в дев'яти книгах»](http://uk.wikipedia.org/w/index.php?title=%D0%9C%D0%B0%D1%82%D0%B5%D0%BC%D0%B0%D1%82%D0%B8%D0%BA%D0%B0_%D0%B2_%D0%B4%D0%B5%D0%B2%27%D1%8F%D1%82%D0%B8_%D0%BA%D0%BD%D0%B8%D0%B3%D0%B0%D1%85&action=edit&redlink=1) (написаний ще до [нашої ери](http://uk.wikipedia.org/wiki/%D0%9D%D0%B0%D1%88%D0%B0_%D0%B5%D1%80%D0%B0%22%20%5Co%20%22%D0%9D%D0%B0%D1%88%D0%B0%20%D0%B5%D1%80%D0%B0)) містить приклади використання визначника для розв'язання [системи рівнянь](http://uk.wikipedia.org/wiki/%D0%A1%D0%B8%D1%81%D1%82%D0%B5%D0%BC%D0%B0_%D0%BB%D1%96%D0%BD%D1%96%D0%B9%D0%BD%D0%B8%D1%85_%D1%80%D1%96%D0%B2%D0%BD%D1%8F%D0%BD%D1%8C%22%20%5Co%20%22%D0%A1%D0%B8%D1%81%D1%82%D0%B5%D0%BC%D0%B0%20%D0%BB%D1%96%D0%BD%D1%96%D0%B9%D0%BD%D0%B8%D1%85%20%D1%80%D1%96%D0%B2%D0%BD%D1%8F%D0%BD%D1%8C), ще задовго до введення визначників японським математиком [Такакадзу Секі](http://uk.wikipedia.org/wiki/%D0%A2%D0%B0%D0%BA%D0%B0%D0%BA%D0%B0%D0%B4%D0%B7%D1%83_%D0%A1%D0%B5%D0%BA%D1%96%22%20%5Co%20%22%D0%A2%D0%B0%D0%BA%D0%B0%D0%BA%D0%B0%D0%B4%D0%B7%D1%83%20%D0%A1%D0%B5%D0%BA%D1%96) (1683) та німецьким математиком [Лейбніцем](http://uk.wikipedia.org/wiki/%D2%90%D0%BE%D1%82%D1%84%D1%80%D1%96%D0%B4_%D0%92%D1%96%D0%BB%D1%8C%D0%B3%D0%B5%D0%BB%D1%8C%D0%BC_%D0%9B%D0%B5%D0%B9%D0%B1%D0%BD%D1%96%D1%86%22%20%5Co%20%22%D2%90%D0%BE%D1%82%D1%84%D1%80%D1%96%D0%B4%20%D0%92%D1%96%D0%BB%D1%8C%D0%B3%D0%B5%D0%BB%D1%8C%D0%BC%20%D0%9B%D0%B5%D0%B9%D0%B1%D0%BD%D1%96%D1%86) (1693).

*Квадратній* матриці *Аnn* можна поставити у відповідність *числову характеристику –* *визначник*(*детермінант*) *n*-го порядку. Визначник позначають так:  ∆(*А*), ∆, ∆*n*, det(*A*) і записують у вигляді



*Мінором Мik елемента* *aik* називається *визначник*(*n* - 1)-го порядку, отриманий із визначника *n-*го порядку викреслюванням *i-*го рядка та *k-*го стовпця.

Величина  *Аik =*(-1)*i*+*kМik*називається *алгебраїчним доповненням* елемента *aik*.

**Приклад 1.** Для матриці  маємо: 

,   

**Визначником (детермінантом) квадратної матриці** називається алгебраїчна сума всіх можливих добутків  елементів матриці, взятих по одному з кожного рядка і кожного стовпця. Кожному добутку приписується знак плюс чи мінус, в залежності від парності [перестановки](http://uk.wikipedia.org/wiki/%D0%9F%D0%B5%D1%80%D0%B5%D1%81%D1%82%D0%B0%D0%BD%D0%BE%D0%B2%D0%BA%D0%B0) номерів.

Якщо елементами матриці є числа, то визначник — також число.

Визначник матриці  задається формулою:



=$\sum\_{k=1}^{n}(-1)^{1+k}a\_{1k}M\_{1k}$, де $M\_{1k}$- детермінант матриці порядку n-1, утвореної з матриці A викреслюванням першого рядка і k-го стовпця.

Число $M\_{1k}$називається мінором елемента $a\_{1k}$ матриці .

1. **Методи обчислення визначників.**

 Відразу скажемо, що визначник можна обчислити тільки для квадратної матриці.

**Визначник першого порядку:** ∆1(*А*) =│*a*11│= *a*11.

**Визначник другого порядку:**

∆2(*А*) = 

**Визначник третього порядку.**

* 1. *Правило трикутника*



Цю формулу можна записати символічно у вигляді **правила трикутника**:



**Приклад 2.** 

* 1. *Правило Саррюса*

Правило Саррюса - метод обчислення визначника матриці третього порядку. Поряд з правилом трикутника покликане внести в процес обчислення визначника наочність, зменшивши тим самим вірогідність виникнення помилки. Названо по імені французького математика П'єра Фредеріка Саррюса.

Для матриці $3⨯3$: $\left(\begin{array}{c}\begin{matrix}a\_{11}&a\_{12} a\_{13}\\a\_{21}&a\_{22} a\_{23}\end{matrix}\\a\_{31} a\_{32 }a\_{33}\end{array}\right)$

детермінант знаходиться підсумовуванням шести добутків з трьох елементів. Дія виконується згідно з наступною схемою:

Перші два стовпці матриці записуються справа біля матриці. Добутки елементів, що стоять на лініях з позначкою «плюс», складаються, потім від результату віднімаються добутки елементів, що знаходяться на лініях з позначкою «мінус».{\displaystyle \det(A)=a\_{11}a\_{22}a\_{33}+a\_{12}a\_{23}a\_{31}+a\_{13}a\_{21}a\_{32}-a\_{13}a\_{22}a\_{31}-a\_{11}a\_{23}a\_{32}-a\_{12}a\_{21}a\_{33}}

Даний метод можна застосовувати лише для визначників третього порядку, обчислювати методом Саррюса визначники більш високих порядків можна. Однак у жовтні 2000 року мексиканський математик Густаво Вільялобос Ернандес з Гвадалахарського університету знайшов метод, схожий з правилом Саррюса, для обчислення визначників четвертого порядку і довів, що обчислювати визначники п'ятого порядку подібним методом вже не можна.

**Приклад 3.**



.

* 1. *Правило розкладання за елементами будь-якого рядка чи стовпчика*

Дане правило обчислення визначника третього порядку розкладанням за елементами будь-якого рядка чи стовпчика полягає в наступному:

 (2) $M\_{1k}$-мінор елемента $a\_{1k}$

 $М\_{11 }$=$\left|\begin{array}{c}a\_{22} a\_{23}\\a\_{32} a\_{33}\end{array}\right|$= $a\_{22}a\_{33}-a\_{23}a\_{32}$; $М\_{12 }$=$\left|\begin{array}{c}a\_{21} a\_{23}\\a\_{31} a\_{33}\end{array}\right|$= $a\_{21}a\_{33}-a\_{23}a\_{31}$;

$М\_{13 }$=$\left|\begin{array}{c}a\_{21} a\_{22}\\a\_{31} a\_{32}\end{array}\right|$= $a\_{21}a\_{32}-a\_{22}a\_{31}$

**Приклад 4.**



* 1. *Правило перетворення на нуль всіх елементів стовпця(рядка), крім одного*

**Приклад 5**. Задана матриця

 Знайти det A.

***Розв,язок.*** Перетвoримо задану матрицю так, щоб в одному рядку або в одному стовпці всі елементи, крім одного, стали рівними нулю. Перетворення при цьому проводимо такі, щоб визначник матриці не змінювався. Для цього до елементів 1-го і 3-го рядка додаємо подвоєні елементи 2-го рядка.



Розкладаючи визначник по елементах 2-го стовпця по формулі (3), одержимо



* 1. *Метод зведення до трикутного виду*

Цей метод полягає в перетворенні визначника до такого виду, коли всі елементи, що розміщені по один бік від головної діагоналі, дорівнюють 0. Отриманий так трикутний визначник дорівнює добуткові елементів головної діагоналі.

**Приклад 6.** Задана матриця

 Знайти det A.

***Розв,язок.***

det A=$\left|\begin{matrix}1&-2&3\\2&1&1\\3&-2&2\end{matrix}\right|$**=**$\left|\begin{matrix}1&-2&3\\0&5&-5\\0&4&-7\end{matrix}\right|$**=**$5·\left|\begin{matrix}1&-2&3\\ 0&1&-1\\0&0&-3\end{matrix}\right|$**=**1·5·(-3)= -15