**Тема: Використання теореми косинусів і синусів при розв’язуванні трикутників.**

**1. Теорема косинусів.**

**Теорема. *Квадрат будь-якої сторони трикутника дорівнює сумі квадратів двох інших сторін без подвоєного добутку цих сторін на косинус кута між ними.***

***а*2 *= b*2 *+ с*2 *–* 2*bc cos*α**

При розв'язуванні цих задач слід домовитися, що сторони трикутника позначатимемо буквами *a*, *b, с,* а протилежні їм кути (при вершинах *А, В, С*)— грецькими літерами α, β, γ. Слід також згадати значення тригонометричних функцій деяких кутів, зазначивши, що синуси суміжних кутів рівні, а коси­нуси суміжних кутів — протилежні числа:

 sin(180°- α) = sinα

cos(180°- α) = = -cosα

**Розв'язування задач**

1. Дві сторони трикутника дорівнюють  см і 1 см, а кут між ними 30°. Знайдіть третю сторону трикутника. (*Відповідь.* 1 см.)
2. Знайдіть третю сторону трикутника, якщо дві інші сторони до­рівнюють 1 см і  см і утворюють кут 135°. (*Відповідь.* 5 см.)
3. Сторони трикутника дорівнюють 1 см, 3 см і 5 см. Знай­діть кут, який лежить проти найбільшої сторони.

*Розв'язання*

Нехай у трикутнику *ABC а* = 1 см, *b* = 3 см, *с* = 5 см. За теоремою косинусів маємо: *с*2 *= b*2*+ a*2 *–* 2*ba*cosγ*,* тоді 52 = 12 +  – 2 · 1 · 3cosγ; 25 = 19 – 6cosγ; 6cosγ = - 6; cosγ =  =  = ;

тоді γ = 180° - 45° = 135°.

*Відповідь.* 135°.

1. Дві сторони трикутника *а* і *с* дорівнюють 5 см і 7 см, а кут γ дорівнює 60°. Знайдіть сторону *b.*

*Розв'язання*

За теоремою косинусів маємо:

*с*2 *= а*2 *+ b*2 *–* 2*ab*cosγ,або 72 = 52 *+ b*2 – 2 · 5 · *b*$∙$cos60°,

звідси 49 = 25 + *b*2 – 5*b*, або *b*2 – 5*b* – 24 = 0. Роз­в'язавши рівняння, одержимо *b*1 = 8; *b*2 = -3. Оскільки *b >* 0,то значення *b*2не задовольняє умову задачі.

*Відповідь.* 8 см.

1. У трикутнику дві сторони дорівнюють 5 м і 6 м, а синус кута між ними дорівнює 0,6. Знайдіть третю сторону.

*Розв'язання*

Нехай *а* = 5 м, *b* = 6 м, sinγ = 0,6. Оскільки sin2γ + cos2γ = 1, то 0,36 + cos2γ = = 1, cos2γ = 0,64 і cosγ = ±0,8.

*1-й випадок:*

cosγ = 0,8. Тоді *с*2 *= а*2 *+ b*2 – 2*ab*cosγ *=* 25 + 36 – 2 · 5 · 6 · 0,8 = 61 – 48 = 13; *с* =  м.

*2-й випадок:*

cosγ = -0,8. Тоді *с*2 *= а*2 *+ b*2 – 2*ab*cosγ= 25 + 36 + 2 · 5 · 6 · 0,8 = 61 + 48 = 109; *с =* м.

*Відповідь.* м або  м.

**2. Теорема синусів**

**Теорема. Сторони трикутника пропорційні синусам протилежних кутів:**

**.**

**Розв'язування задач**

1. У трикутнику *ABC* (рис. 1) сторони дорівнюють *a*, *b*, *c*, a кути дорівнюють α, β, γ. Навколо цього трикутника описане коло радіуса *R*. Які з наведених тверджень є правильними, а які — неправильними?

a) *b* = 2*R*sinα; б) ; в) ; г) .

1. Сторона трикутника дорівнює 20 см, а протилежний кут ста­новить 150°. Знайдіть радіус кола, описаного навколо трикут­ника. (*Відповідь*. 20 см.)
2. Знайдіть сторону *АВ* трикутника *ABC*, якщо *ВС* = 2см, *A* = 45°, *C* = 30°. (*Відповідь*. 2 см.)
3. Визначте вид трикутника (відносно кутів), якщо його сторони дорівнюють 11 см, 17 см, 21 cm.

*Розв'язання*

Нехай *а* = 11 см, *b* = 17 см, *с* = 21 см. Найбільшим кутом буде кут *С*, оскільки він лежить проти більшої сторони. Тоді *с*2 = 212 = 441, *а*2 + *b*2 = 112 + 172 = 121 + 289 = 410. Оскільки *с*2 > *а*2 + *b*2, то трикутник тупокутний.

*Відповідь*. Тупокутний.

1. Визначте вид трикутника (відносно кутів), у якого сторони відносяться як: а) 4 : 2 : 3; б) 4 : 5 : 3; в) 3 : 3 : 4.

*Відповідь*, а) Тупокутний; б) прямокутний; в) гострокутний.

**Повідомлення домашнього завдання.**

1)Знайдіть невідому сторону трикутника (рис. 2).

2)Знайдіть радіус кола, описаного навколо трикутника, у якому сторона дорівнює 2 см і лежить проти кута 135°.