**Тема 10.5. Двогранний кут. Перпендикулярність площин.**

1. **Сприйняття й усвідомлення нового матеріалу**

#### 1.1. Поняття перпендикулярних площин

**Дві** **площини, що перетинаються, нази­ваються перпендикулярними**, якщо тре­тя площина, проведена перпендикуляр­но до лінії перетину цих площин, пере­тинає їх по перпендикулярних прямих. На рис.3 α  β, бо площини α і β пере­тинаються по прямій с, площина γ, перпенди­кулярна до с, перетинає α і β по прямих *а* і *b*, які перпендикулярні.

###### **Розв'язування задач**

1. Наведіть приклади моделей перпендику­лярних площин із оточення.

2. Покажіть на моделі прямокутного паралеле­піпеда перпендикулярні грані (площини).

3. Дано зображення куба ABCDA1B1C1D1. Ука­жіть площини, які перпендикулярні до пло­щини:

а) АВС; б) ADC1; в) АСС1.

4. На двох перпендикулярних площинах вибрали по прямій. Чи може статися, що ці прямі:

а) паралельні; б) перетинаються; в) мимобіжні?

Відповідь проілюструйте прикладами з оточення.

* 1. ****Ознака перпендикулярності площин

***Теорема.***

Дано: *а*, *b*, *b*  α, β, *b*  β.

Довести: α  β(рис. 4).

Доведення

Нехай α і β перетинаються по прямій *с*, а пряма *c* перетинається з *b* в точці А. Через точку А в площині α проведемо пряму *а*, *а*  *с*. Через *а* і *b* прове­демо площину γ, *с*  *а*, *с*  *b,* отже, γ  *с*. Оскільки *а*  *b,* то α  β .

* 1. Властивість перпендикулярних площин

Якщо дві площини перпендикулярні, то будь-яка пряма, що лежить в одній із них і перпендикулярна до їх лінії перетину, перпендикулярна до іншої площини.

* 1. Ортогональне проектування

Якщо проектуючі прямі перпендикулярні до площини проекцій, таке проектування називають ***ортогональним,*** або ***прямокутним.*** Ортого­нальне проектування — вид паралельного проектування, тому воно має властивості паралельного проектування. У геометрії ортогональне проек­тування основне. Далі, говорячи про проектування і проекції, ми мати­мемо на увазі тільки ортогональне проектування, ортогональні проекції.

Ортогональне проектування широко застосовується в технічному кресленні.

#### Розв'язування задач

1. Знайдіть ортогональні проекції діагоналі BD1 куба ABCDA1B1С1D1 на грані: 1) ABCD; 2) A1B1С1D1; 3) DD1С1C ; 4) ADD1A1.

#### 1.5 Кут між прямою і площиною

Ми розглянули випадки розміщення пря­мої і площини: 1) пряма лежить у площині; 2) пряма паралельна площи­ні; 3) пряма перпендикулярна до площини. Залишається дослідити ви­падок, коли пряма перетинає площину, але не перпендикулярна до неї.

Такі прямі можуть бути нахилені до площини під різними кутами. Що ж розуміють під кутом між прямою і площиною?

Якщо пряма паралельна площині або на­лежить їй, то вважають, що кут між прямою і площиною дорівнює 0°. Якщо пряма пер­пендикулярна до площини, то кут між ними дорівнює 90°. У решті випадків кутом між прямою і площиною **називають кут між пря­мою і її проекцією (ортогональною) на пло­щину.** На рис. 7 *ВС*  α, *А —* точка пере­тину прямої *а* з площиною α , тоді кут між прямою *а* і площиною α дорівнює куту *ВАС =* φ. Якщо φ — кут між прямою і площиною, то 0°  φ  90° .

***Розв'язування задач***

1. Дано зображення куба. Знайдіть кут між площиною *АВС* і прямою *а* (рис. 8).

*(Відповідь,* а) 90° ; б) 0°; в) 45° ; г) 45° ;

#### Поняття кута між площинами

Нехай дано дві площини α і β, які пере­тинаються по прямій с (рис. 9). Проведемо площину, яка перпендикулярна до прямої с, вона перетне площини α і β по прямих *а* і *b.* Кут між прямими *а* і *b* називається кутом між площинами α і β.

***Кут між двома площинами, які перетинаються****,—* це кут між прямими перетину цих площин із площиною, перпенди­кулярною до лінії перетину даних площин. Якщо площини паралельні, то кут між ними дорівнює 0°. Якщо площини перпендикулярні, то кут між ними дорівнює 90°. Отже, якщо φ — кут між площинами, то 0°φ90°.

Якщо площини перетинаються, то вони утворюють фігуру, що називається двогранним кутом.

**Двогранним кутом називається фігура, утворена двома півплощинами разом з їх спільною прямою.**

Ця пряма – **ребро двогранного кута.**

**Лінійний кут двогранного кута** –кут, утворений лініями перетину двогранного кута третьою площиною, перпендикулярною його ребру.

***Розв'язування задач***. Дано зображення куба. Знайдіть кут між площинами *АВС* і *ABD* (рис. 290).

*Відповідь,* а) 90°; б) 45°; д) 0°;



**Повідомлення домашнього завдання**

* Вивчити конспект.
* Розв’язати задачу: Площини рівносторонніх трикутників АВС і ABD перпендикулярні. Знайдіть кут: 1) між прямою DC і площиною АВС; 2) між площинами ADC і BDC.

(Відповідь. 1) 45°; 2) arccos.)