**Множини чисел. Натуральні числа.**

**Число** – це одне з найголовніших понять математики, воно найчастіше використовується для опису кількості, міри чогось. При підготовці до ЗНО слід розрізняти наступні типи чисел:

**Натуральні** – числа, що використовуються при лічбі – 1,2,3…. Позначаються N.

**Цілі** – натуральні, їм протилежні та число нуль – -2, -1, 0, 1, 2…. Позначаються Z.

Множина натуральних чисел включається в множину цілих чисел, тобто N.

**Раціональні** – числа, що можна записати у вигляді , де  – ціле,  – натуральне, позначаються Q. ZQ.

**Ірраціональні** I – усі числа, що не можуть бути представлені у вигляді частки цілого і натурального.

Дійсні R – усі числа числової прямої (і раціональні, і ірраціональні).

Числові множини включаються одна в одну: *N IR*; *IQ = R*.

Числа потрібно навчитися розрізняти, оскільки досить часто в задачах потрібно серед знайдених розв’язків вибрати лише натуральні, цілі, додатні.

**Натуральні числа.**

Дії з числами: додавання (сума), віднімання (різниця), множення (добуток), ділення (частка).

Основні задачі на натуральні числа, з якими стикаємось при підготовці до ЗНО: обчислення, задачі на подільність, ділення з остачею.

**Приклад (**дії з натуральними числами**).** Обчислити:



Розв’язання:

Раціональний спосіб розв’язання задачі – виконати групування:



Розглянемо **задачі на подільність**. Натуральне число  ділиться на натуральне число , якщо існує таке натуральне число , що . Число  **кратне** числу , а число  називають **дільником** числа .

Корисно пам’ятати наступні ознаки подільності:

|  |  |
| --- | --- |
| **Дільник** | **Ознака** |
| 2 | Остання цифра ділиться на 2 |
| 3 | Сума цифр ділиться на 3 |
| 4 | Дві останні цифри утворюють число, що ділиться на 4 |
| 5 | Остання цифра числа 0 або 5 |
| 6 | Число ділиться на 2 і на 3 |
| 7 | Якщо потроєна кількість десятків, додана до кількості одиниць ділиться на 7 |
| 8 | Три останні цифри утворюють число, що ділиться на 8 |
| 9 | Сума цифр ділиться на 9 |
| 11 | Сума цифр на непарних місцях мінус сума всіх цифр на парних місцях ділиться на 11 |

**Приклад:**

Яке з чисел ділиться на 6?

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **А** | **Б** | **В** | **Г** | **Д** |
| **122** | **124** | **123** | **132** | **135** |

Знайдемо числа, які діляться на 2 і на 3 одночасно. Відкидаємо непарні числа, оскільки вони не діляться на 2. Далі знайдемо число, сума цифр якого ділиться на 3. Це число – 132. Відповідь – Г.

**Задачі на ділення з остачею.**

Поділити натуральне число  на натуральне число  з остачею — означає подати число  у вигляді  де  і  — невід’ємні цілі числа, причому  Число  при цьому називається *неповною часткою,* а число  — остачею від ділення  на  **Наприклад**, при діленні числа 27 на 6 неповна частка дорівнює 4, а остача – 3: 

**Приклад.** Остача від ділення натурального числа  на 5 дорівнює 2. Вкажіть остачу від ділення на 5 числа .

Найпростіший спосіб розв’язання цієї задачі – вибрати довільне число, що при діленні на 5 дає остачу 2, наприклад – 7. 7+21=28. 28 при діленні на 5 дає остачу 3, оскільки 

**Приклад.** Добуток двох послідовних натуральних чисел дорівнює 552. Знайти їх суму.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **А** | **Б** | **В** | **Г** | **Д** |
| **43** | **45** | **47** | **49** | **51** |

Один із способів мислення – представити запропоновані числа у вигляді суми послідовних чисел, якщо це можливо, і шукати добутки цих чисел. При проходженні тестових завдань зручно відкинути в першу чергу відповіді, які є неможливими.

43 = 21+22

45=22+23

47=23+24

49=24+25

51=25+26

Останньою цифрою числа 522 є двійка, це означає, що добуток останніх цифр чисел-доданків повинен закінчуватися на 2. Одразу відкидаємо 22+23, 24+25, 25+26, оскільки їх останні цифри дають в добутку останні цифри 6 і 0.

; . Відповідь В.

Натуральне число  називається **простим**, якщо воно має рівно два натуральні дільники. Єдиним натуральним числом, що має єдиний дільник є число 1.

Якщо прості числа виписувати за зростанням, то початок буде такий: 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, … .

*Взаємно простими* числами називаються числа  і , у яких найбільший спільний дільник дорівнює 1.

Числа  та  взаємно прості тоді й тільки тоді, коли існують такі цілі числа  і , що .

**Властивості:**

Якщо кожне з чисел  і  взаємно просте з числом , то добуток  також взаємно простий з .

Якщо добуток ділиться на  і при цьому  взаємно просте з , то тоді на  обов’язково ділиться число .

Числа, що мають більше двох різних дільників, називаються **складеними.** Наприклад, число 10 – складене, оскільки воно ділиться на 1, 2, 5 і 10; число 39 – складене, оскільки воно ділиться на 1, 3, 13, 39.

Одинця не відноситься ні до простих, ні до складених чисел.

**Представлення складених чисел у вигляді добутку простих.**

**Основна теорема арифметики:** кожне складене число можна представити у вигляді добутку простих чисел і притому єдиним чином (порядок множників не враховується).

Одні й ті ж множники можуть зустрічатися кілька разів. Наприклад,

.

Користуючись означенням степеня, розклад числа 360 на прості множники можна записати у вигляді: .

**Згадаємо про НСК і НСД**.

**Найменшим спільним кратним** (НСК) натуральних чисел  і  називають натуральне число  з такими властивостями.

1)  є дільником ,  є дільником , тобто  — спільне кратне чисел  і .

2) якщо  дільник  і  дільник , то  дільник .

Нехай хоча б одне з чисел  і  відмінне від нуля. Виявляється, що в цьому випадку числа  і  мають такий додатний спільний дільник, який ділиться на будь-який спільник дільник цих чисел. Його називають **найбільшим спільним дільником чисел ** і **.** Числа  і  мають тільки один найбільший спільний дільник.

Знайдемо, наприклад, НСД чисел 18,48 і 72.

Розкладемо кожне з чисел на прості множники: ; ; . Виписуємо спільні для всіх прості множники 2 і 3, тоді .

**Методи знаходження найменшого спільного кратного чисел a і b**

1. Розклад чисел на прості множники.
2. За формулою , де  — найбільший спільник дільник чисел  та , який знаходиться за алгоритмом Евкліда.

**Приклад**. Знайти НСК (24, 30). a і b

, ; отже

.