**Тема: Елементи комбінаторики. Перестановки, розміщення, комбінації.**

**План**

1. **Важливість даного питання.**
2. **Перестановки.**
3. **Розміщення.**
4. **Комбінації.**
5. **Важливість даного питання**

З глибокої давнини до сучасного людства дійшли відомості про те, що вже тоді люди займалися вибором об'єктів і розташування їх у тому чи іншому порядку і захоплювалися складанням різних комбінацій. Так, наприклад, в Древньому Китаї захоплювалися складанням квадратів, в яких задані числа розташовували так, що їх сума за всіма горизонталях, вертикалях і головним діагоналях була однією і тією ж (сучасна гра - завдання "Судоку"). У Стародавній Греції подібні завдання виникали у зв'язку з такими іграми, як шашки, шахи, доміно, карти і т.д.

Представникам різних професій доводиться розв'язувати за­дачі, в яких з деякої множини об'єктів потрібно вибирати еле­менти, що мають ті або інші властивості, розміщувати ці еле­менти в певному порядку. Так керівнику цеху потрібно розпо­ділити кілька видів робіт між працівниками, агроному — роз­містити посіви сільськогосподарських культур на кількох по­лях, хіміку — розглянути можливі зв'язки між атомами і моле­кулами тощо. Оскільки в таких задачах йде мова про комбіну­вання об'єктів, їх називають комбінаторними задачами, а розділ математики, в якому вивчаються питання про те, скільки різних комбінацій, що відповідають тим чи іншим умовам можна скла­сти із заданих об'єктів, називається комбінаторикою.

Термін "комбінаторика" походить від латинського слова "combina", що в перекладі на українську означає - "сполучати", "з'єднувати".

В наш час комбінаторні задачі приходиться розв'язувати фізи­кам, хімікам, біологам, економістам, спеціалістам самих різних професій.

Сьогодні ми будемо розглядати перестановки, розміщення, комбінації, як сполуки, як комбінаторні конфігурації.

1. **Перестановки.**

Але і в житті ці вміння дуже часто допомагають людині. Ось один випадок вмілого рішення комбінаторної завдання.

**Безкоштовний обід**

10 молодих людей вирішили відсвяткувати закінчення середньої школи товариським обідом в ресторані. Коли всі зібралися, і перше блюдо було подано, засперечалися про те, як всістися навколо столу. Одні пропонували розміститися в алфавітному порядку, інші за віком, треті - по успішності, четверті - по зростанню і т.д. Суперечка затягнувся, суп встиг застудитися, а за стіл ніхто не сідав. Примирив всіх офіціант, який звернувся до них з такою промовою:

Молоді друзі мої, залиште ваші сперечання. Сядьте за стіл як кому доведеться й вислухайте мене. Всі сіли як попало. Офіціант продовжував:

Нехай один із вас запише, в якому порядку ви зараз сидите. Завтра ви знову з'явитеся сюди пообідати, і розміститеся вже в іншому порядку. Післязавтра сядете знову по-новому і т.д., поки не перепробуете усіх можливих розміщень. Коли ж прийде черга знову сісти так, як сидите ви тут сьогодні, тоді, обіцяю урочисто, я почну щодня пригощати вас безкоштовно найвишуканішими обідами.

Пропозиція сподобалося. Вирішено було щодня збиратися в цьому ресторані і перепробувати всі способи розміщення за столом, щоб швидше почати користуватися безкоштовними обідами.

Однак їм не довелося дочекатися цього дня. І зовсім не тому, що офіціант не виконав обіцянки, а тому, що число всіх можливих розміщень за столом надто велике. Воно дорівнює, ні мало, ні багато, 3628800. Таке число днів становить, як неважко порахувати, майже 10000 років! Це здасться на перший погляд неймовірним, але так воно і є!

**Будь-яка впорядкована множина, яка складається з *n* елементів, називається *перестановкою* з *n* елементів і позначається Р*n*.**

Таким чином, перестановки з *n* елементів відрізняються між собою лише порядком елементів.

Число перестановок з *n* елементів дорівнює добутку всіх натуральних чисел від 1 до *п,* тоб­то *п*! (читають: єн факторіал).

 Термін "перестановки" вжив вперше Якоб Бернуллі в книзі "Мистецтво припущень".

1! = 1, 0!=1

2! = 2•1 = 2,

3! = 3 •2 •1 = 6,

4! = 4 •3 •2 •1 = 24,

5! = 5 •4 •3 •2 •1 = 120.

**Задача 1**(о квартете)

В знаменитой басне Крылова “Квартет” “Проказница мартышка, Осел, Козел да косолапый Мишка” исследовали влияние взаимного расположения музыкантов на качество исполнения.

Зададим вопрос: Сколько существует способов, чтобы рассадить четырех музыкантов?

**Решение:**Р4 = 4!, где 4! = 1 $∙$ 2 $∙$ 3 $∙ $4=24.

**Задача 2.** Скількома способами можна розставити на майданчику 6 волейболістів?

*Розв'язання*

P6 = 6! =l · 2 · 3 · 4 · 5 · 6 = 720.

1. **Розміщення.**

А скільки *m*-елементних упорядкованих підмножин можна утворити з *n* різних елементів, якщо *n  т*? Такі упорядковані підмножини називають розміщеннями з *η* елементів по *т* еле­ментів.

Будь-яка впорядкована підмножина з *т* елементів даної множи­ни, яка містить *n* елементів, де *т*  *n* називається *розміщенням з n* елементів по *т* елементів.

Число розміщень з *n* елементів по *т* позначають символом .



 Якщо *п* = *т,* то маємо  = Р*n* тобто перестановка — окре­мий випадок розміщення.

1. **Комбінації.**

Будь-яка підмножина з *т* елементів даної множини, яка містить *n* елементів, називається *комбінацією з n* елементів по *т* еле­ментів.

Число комбінацій з *n* елементів по *т* позначають символом *.*

Домовилися вважати, що

  = 1,  *=**n* , = 1.

; 

Термін "комбінація" вперше зустрічається у Блеза Паскаля в 1665 році.

***Приклад.*** Обчислити a) ; б) *.*

a) ; б) 

***Задача.*** Скількома способами з 25 учнів можна вибрати 3 черго­вих.

# Розв'язання

Вибір 3 чергових із 25 учнів — це комбінація 3 учнів із 25 учнів. Отже,

*п* ***=*** =2300**.**

*Відповідь:* 2300 способами.

**Домашнє завдання**

1. В хоровом кружке занимаются 9 человек. Необходимо выбрать двух солистов. Сколькими способами это можно сделать?
2. В спортивной команде 9 человек. Необходимо выбрать капитана и его заместителя. Сколькими способами это можно сделать?
3. Сколько существует вариантов рассаживания вокруг стола 6 гостей на 6 стульях?
4. Имеется 6 видов овощей. Решено готовить салаты из трёх видов овощей. Сколько различных вариантов салатов можно приготовить?