**Заняття 13. Рівняння**

**Рівняння і його корені.**

**Рівняння** - це рівність, що містить змінну.

**Корінь рівняння** - це значення змінної, при якому рівняння перетворюється на вірну рівність.

**Розв’язати рівняння** - означає знайти його корені або довести, що їх немає.

**Рівносильні рівняння** - це рівняння, які мають одні і ті ж коріння.

**Деякі властивості рівнянь**.

   У будь-якій частині рівняння можна звести подібні доданки.

   Якщо з однієї частини рівняння перенести доданки в іншу частину і поміняти при цьому знаки доданків на протилежні, отримаємо рівняння, рівносильне даному.

   При діленні (множенні) обох частин рівняння на одне і те саме число, отримаємо рівняння, рівносильне даному

**Лінійне рівняння**

|  |  |
| --- | --- |
| **Означення** | **Приклади** |
| Рівняння виду *ах* = *b*, де *х* – змінна, *а* і *b* – деякі числа, називається лінійним рівнянням. | 4 – 5*х* = 6 – 2(*х* + 2),  використовуючи властивості рівнянь:  4 – 5*х* = 6 – 2х – 4,  – 5*х* + 2*х* = 6 – 4 – 4, |
| **Розв’язування лінійних рівнянь** | |
| *аx* + *b* = 0;  *ax* = – *b*. | 5*х* + 4 = 0;  5*х* = – 4. |
|  |  |
| *a* = 0; 0*х* = – *b* – немає коренів. *b* ≠ 0 | 0*х* = – 10  немає коренів, – 10 на 0 розділити неможливо |
| *a* = 0; *b* = 0. 0 ⋅ *х* = 0 – безліч коренів | 7*х* = 7*х*  7*х* – 7*х* = 0  0*х* = 0, х – будь-яке число. |
| *a* ≠ 0, *b* = 0, єдиний корінь. | 2*х* = 0, *х* = 0. |

**Квадратні рівняння**

|  |  |
| --- | --- |
| **Означення** | **Приклади** |
| Рівняння виду *ах*2 + *bx* + *с* = 0, де *х* – змінна; *а*, *b*, *с* – деякі числа, *а* ≠ 0, називають квадратним рівнянням, *а* – перший коефіцієнт, *b* – другий, *с* – вільний член. | 2*х*2 + 3*х* – 1 = 0;  *х*2 – 2*х* + 4 = 0. |
| Якщо в цьому рівнянні хоча б один із коефіцієнтів дорівнює нулю, то дане рівняння називають неповним квадратним рівнянням. Неповні квадратні рівняння бувають трьох видів:1) *ах*2 = 0; 2) *ах*2 + *bx* = 0; 3) *aх*2 + *с* = 0. | |
| 1) *ах*2 = 0, якщо *b* = 0, *с* = 0;  *х*2 = 0;  *х* = 0  рівняння має тільки один корінь. | 5*х*2 = 0;  *х* = 0.  Відповідь: 0. |

|  |  |
| --- | --- |
| **Означення** | **Приклади** |
| 2) Якщо *с* = 0, *ах*2 + *bx* = 0;  *х*(*ах* + *b*) = 0;  рівняння завжди має два кореня. | 4*х*2 + 3*х* = 0;  *х*(4*х* + 3) = 0;  *х* = 0 или 4*х* + 3 = 0; |
| 3) Якщо *b* = 0, *ах*2 + *с* = 0;    а) якщо > 0,  то рівняння завжди має два кореня  б) якщо < 0, то рівняння не має коренів. | 9*х*2 – 4 = 0;  16*х*2 + 9 = 0;  Немає коренів.  Відповідь: Немає коренів. |
| Якщо *а* = 1, то квадратне рівняння називають зведеним. | *х*2 – *х* + 30 = 0. |
| Повні квадратні рівняння *ах*2 + *bx* + *с* = 0, *а* ≠ 0, розв’язуємо за формулою: | |
| Якщо D < 0, то рівняння не має дійсних коренів. | 2*х*2 + 5*х* + 6 = 0;  D = 25 – 48 = – 23;  D < 0, отже рівняння не має дійсних коренів. |
| Якщо D = 0, то рівняння має два однакових кореня:  *х*1 = *х*2 = | 4*х*2 + 4*х* + 1 = 0;  D = 16 – 16 = 0, D = 0,  отже, рівняння має два однакових кореня:  Відповідь: – 0,5. |
| Если D > 0, то рівняння має два різних кореня: | 2*x*2 + 3*x* + 1 = 0;  D = 9 – 8 = 1;  Відповідь: – 0,5; – 1. |
| Для квадратного рівняння *ах*2 + 2*kx* + *с* = 0, у якого другий коефіцієнт – парне число, формулу коренів зручно записати так:  Теорема Вієта  У наведеному квадратному рівнянні *х*2 + *bx* + *c* = 0  *х*1 + *х*2 = – *b*; *x*1 ⋅ *x*2 = *c*. | 3*х*2 + 8*х* – 3 = 0;  D1 = 16 + 9 = 25;  *х*2 – 5*х* + 6 = 0;  *х*1 + *х*2 = 5;  *х*1 ⋅ *х*2 = 6;  *х*1 = 3; *х*2 = 2.  Відповідь: 2; 3. |
| **Означення** | **Приклади** |
| Рівняння виду*ах*4 + *bx*2 + *с* = 0, где *а* ≠ 0,  *b* ≠ 0 називається біквадратним рівнянням. | 2*х*4 + 3*х*2 + 4 = 0. |
| Формула розкладання квадратного тричлена на множники:  *ах*2 + *bx* + *с* = *а* (*х* – *х*1)(*х* – *х*2). | 2*х*2 – *х* – 3 = 2 (*х* – *х*1)(*х* – *х*2);  2*х*2 – *х* – 3 = 0;  *х*1 = 1,5; *х*2 = – 1.  2*х*2 – *х* – 3 = 2 (*х* – 1,5)(*х* + 1). |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Розв’язати рівняння | | (*х*2 + 3)2 – 14(*х*2 + 3) + 24 = 0. |
| Розв’язання.  Введемо нову змінну:  тоді отримаємо рівняння:  за теоремою Вієта маємо: | | *у* = *х*2 + 3,  *у*2 – 14*у* + 24 = 0;  *у*1 = 12; *у*2 = 2, отримаємо:  *х*2 + 3 = 12; *х*2 + 3 = 2,  *х*2 = 9; *х*2 = – 1 – немає коренів.  *х*1 = 3 *х*2 = – 3 |
| Відповідь: – 3; 3. | | |
| Розв’язати рівняння |  | |
| Розв’язання.  Запишемо у вигляді:  Зведемо до спільного знаменника:  спростимо:  Дріб дорівнює нулю, якщо чисельник - нуль, а знаменник відмінний від нуля.  Маємо: | *х* = – 1 – сторонній корінь. | |
| Відповідь: 2. | | |

**Практична частина**

1. Розв’язати рівняння:

а) 7 – 2(*х* – 4,5) = 6 – 4*х*; б) 11 – 2(*х* – 4,5) = 6*х* – 4;



2. Розв’язати неповне квадратне рівняння:

а) 5*х*2 = 8; б) 3*у*2 + 75 = 0; в) *у*2 + 11*у* = 0; г) 6*х*2 – 1,8*х* = 0.

3. Розв’язати рівняння, ввівши нову змінну:

а) *х*4 – 10*х*2 + 9 = 0; б) *х*4 – 5*х*2 – 36 = 0; в) (*х*2 + 3*х*)2 – 7(*х*2 + 3*х*) + 10 = 0;



г) + *х* = 6.

4. Розв’язати рівняння:



5. Розв’язати рівняння:



н)

