**Заняття 13. Рівняння**

**Рівняння і його корені.**

**Рівняння** - це рівність, що містить змінну.

   **Корінь рівняння** - це значення змінної, при якому рівняння перетворюється на вірну рівність.

   **Розв’язати рівняння** - означає знайти його корені або довести, що їх немає.

   **Рівносильні рівняння** - це рівняння, які мають одні і ті ж коріння.

**Деякі властивості рівнянь**.

   У будь-якій частині рівняння можна звести подібні доданки.

   Якщо з однієї частини рівняння перенести доданки в іншу частину і поміняти при цьому знаки доданків на протилежні, отримаємо рівняння, рівносильне даному.

   При діленні (множенні) обох частин рівняння на одне і те саме число, отримаємо рівняння, рівносильне даному

**Лінійне рівняння**

|  |  |
| --- | --- |
| **Означення** | **Приклади** |
| Рівняння виду *ах* = *b*, де *х* – змінна, *а* і *b* – деякі числа, називається лінійним рівнянням. | 4 – 5*х* = 6 – 2(*х* + 2), використовуючи властивості рівнянь:4 – 5*х* = 6 – 2х – 4, – 5*х* + 2*х* = 6 – 4 – 4,$$-3х=-2, х=\frac{-2}{-3}, х=\frac{2}{3}-корінь рівняння.$$ |
| **Розв’язування лінійних рівнянь** |
| *аx* + *b* = 0;*ax* = – *b*. | 5*х* + 4 = 0;5*х* = – 4. |
| $$a\ne 0; x=-\frac{b}{a}- єдиний корінь$$ | $$х=-\frac{4}{5}- корінь.$$ |
| *a* = 0; 0*х* = – *b* – немає коренів. *b* ≠ 0 | 0*х* = – 10 немає коренів, – 10 на 0 розділити неможливо |
| *a* = 0; *b* = 0. 0 ⋅ *х* = 0 – безліч коренів | 7*х* = 7*х*7*х* – 7*х* = 00*х* = 0, х – будь-яке число. |
| *a* ≠ 0, *b* = 0, єдиний корінь. | 2*х* = 0, *х* = 0. |

**Квадратні рівняння**

|  |  |
| --- | --- |
| **Означення** | **Приклади** |
| Рівняння виду *ах*2 + *bx* + *с* = 0, де *х* – змінна; *а*, *b*, *с* – деякі числа, *а* ≠ 0, називають квадратним рівнянням, *а* – перший коефіцієнт, *b* – другий, *с* – вільний член.  | 2*х*2 + 3*х* – 1 = 0;*х*2 – 2*х* + 4 = 0. |
| Якщо в цьому рівнянні хоча б один із коефіцієнтів дорівнює нулю, то дане рівняння називають неповним квадратним рівнянням. Неповні квадратні рівняння бувають трьох видів:1) *ах*2 = 0; 2) *ах*2 + *bx* = 0; 3) *aх*2 + *с* = 0. |
| 1) *ах*2 = 0, якщо *b* = 0, *с* = 0; *х*2 = 0; *х* = 0рівняння має тільки один корінь. | 5*х*2 = 0;*х* = 0.Відповідь: 0. |

|  |  |
| --- | --- |
| **Означення** | **Приклади** |
| 2) Якщо *с* = 0, *ах*2 + *bx* = 0; *х*(*ах* + *b*) = 0; $$х\_{1}=0 або \left(ax+b\right)= 0; x\_{2}=-\frac{b}{a}$$рівняння завжди має два кореня. | 4*х*2 + 3*х* = 0;*х*(4*х* + 3) = 0;*х* = 0 или 4*х* + 3 = 0; $х=-\frac{3}{4}$$$Відповідь:0,-\frac{3}{4}.$$ |
| 3) Якщо *b* = 0, *ах*2 + *с* = 0; $х^{2}=-\frac{с}{а},$ $$Оскільки с\ne 0, то-\frac{с}{а}\ne 0, тоді:$$а) якщо > 0, $$-\frac{с}{а}$$то рівняння завжди має два кореня $$-\frac{с}{а}$$б) якщо < 0, то рівняння не має коренів. | 9*х*2 – 4 = 0;$$х^{2}=\frac{4}{9};$$$$х\_{1}=\frac{2}{3}; х\_{2}=-\frac{2}{3}.$$$$Відповідь: \frac{2}{3}; -\frac{2}{3}.$$16*х*2 + 9 = 0;$$х^{2}=-\frac{9}{16}.$$Немає коренів.Відповідь: Немає коренів. |
| Якщо *а* = 1, то квадратне рівняння називають зведеним. | *х*2 – *х* + 30 = 0. |
| Повні квадратні рівняння *ах*2 + *bx* + *с* = 0, *а* ≠ 0, розв’язуємо за формулою:$х\_{1,2}=\frac{-b\pm \sqrt{D}}{2a}, где D= b^{2}-4ac називають дискримінантом даного квадратного рівняння.$ |
| Якщо D < 0, то рівняння не має дійсних коренів. | 2*х*2 + 5*х* + 6 = 0;D = 25 – 48 = – 23;D < 0, отже рівняння не має дійсних коренів. |
| Якщо D = 0, то рівняння має два однакових кореня: $$\frac{-b}{2a}.$$ *х*1 = *х*2 =  | 4*х*2 + 4*х* + 1 = 0;D = 16 – 16 = 0, D = 0,отже, рівняння має два однакових кореня: $$х\_{1}=х\_{2}=-\frac{4}{8}=-\frac{1}{2}.$$Відповідь: – 0,5. |
| Если D > 0, то рівняння має два різних кореня: $$х\_{1}=\frac{-b+\sqrt{D}}{2a}; x\_{2}=\frac{-b-\sqrt{D}}{2a}.$$ | 2*x*2 + 3*x* + 1 = 0;D = 9 – 8 = 1;$$x\_{1}=\frac{-3+1}{4}=-\frac{1}{2}; x\_{2}=\frac{-3-1}{4}=-1.$$Відповідь: – 0,5; – 1. |
| Для квадратного рівняння *ах*2 + 2*kx* + *с* = 0, у якого другий коефіцієнт – парне число, формулу коренів зручно записати так:$$x\_{1,2}=\frac{-k\pm \sqrt{D}}{a}, де D\_{1}=k^{2}-ac.$$Теорема Вієта$$ax^{2}+bx+c=0, a\ne 0, x\_{1}∙x\_{2}=\frac{c}{a}, x\_{1}+x\_{2}=-\frac{b}{a}$$У наведеному квадратному рівнянні *х*2 + *bx* + *c* = 0*х*1 + *х*2 = – *b*; *x*1 ⋅ *x*2 = *c*. | 3*х*2 + 8*х* – 3 = 0;D1 = 16 + 9 = 25;$$x\_{1}=\frac{-4+5}{3}=\frac{1}{3}; x\_{2}=\frac{-4-5}{3}=-3.$$$$Відповідь:\frac{1}{3}; -3.$$*х*2 – 5*х* + 6 = 0;*х*1 + *х*2 = 5;*х*1 ⋅ *х*2 = 6;*х*1 = 3; *х*2 = 2.Відповідь: 2; 3. |
| **Означення** | **Приклади** |
| Рівняння виду*ах*4 + *bx*2 + *с* = 0, где *а* ≠ 0, *b* ≠ 0 називається біквадратним рівнянням. | 2*х*4 + 3*х*2 + 4 = 0. |
| Формула розкладання квадратного тричлена на множники:*ах*2 + *bx* + *с* = *а* (*х* – *х*1)(*х* – *х*2). | 2*х*2 – *х* – 3 = 2 (*х* – *х*1)(*х* – *х*2);2*х*2 – *х* – 3 = 0;*х*1 = 1,5; *х*2 = – 1.2*х*2 – *х* – 3 = 2 (*х* – 1,5)(*х* + 1). |

|  |  |
| --- | --- |
| Розв’язати рівняння | (*х*2 + 3)2 – 14(*х*2 + 3) + 24 = 0. |
| Розв’язання.Введемо нову змінну: тоді отримаємо рівняння:за теоремою Вієта маємо: | *у* = *х*2 + 3,*у*2 – 14*у* + 24 = 0;*у*1 = 12; *у*2 = 2, отримаємо:*х*2 + 3 = 12; *х*2 + 3 = 2,*х*2 = 9; *х*2 = – 1 – немає коренів.$$х\_{1}=\sqrt{9}; х\_{2}=-\sqrt{9};$$*х*1 = 3 *х*2 = – 3  |
| Відповідь: – 3; 3. |
| Розв’язати рівняння | $$\frac{2}{1-х}+\frac{х}{х+1}=\frac{2х}{1-х^{2}}.$$ |
| Розв’язання.Запишемо у вигляді:Зведемо до спільного знаменника:спростимо:Дріб дорівнює нулю, якщо чисельник - нуль, а знаменник відмінний від нуля.Маємо: | $$\frac{2}{1-х}+\frac{х}{х+1}-\frac{2х}{1-х^{2}}=0;$$$$\frac{2\left(1+х\right)+х\left(1-х\right)-2х}{1-х^{2}}=0;$$$$\frac{2+2х+х-х^{2}-2х}{1-х^{2}}=0;$$$$\frac{-х^{2}+х+2}{1-х^{2}}=0; \frac{х^{2}-х-2}{х^{2}-1}=0;$$ $\left\{\begin{array}{c}х^{2}-х-2=0,\\х^{2}-1\ne 0;\end{array} \left\{\begin{array}{c}\left[\begin{array}{c}х=2\\х=-1\end{array}\right.\\\left[\begin{array}{c}х\ne 1\\х\ne -1\end{array}\right.\end{array}\right.\right.$*х* = – 1 – сторонній корінь. |
| Відповідь: 2. |

**Практична частина**

1. Розв’язати рівняння:

 а) 7 – 2(*х* – 4,5) = 6 – 4*х*; б) 11 – 2(*х* – 4,5) = 6*х* – 4;

2. Розв’язати неповне квадратне рівняння:

 а) 5*х*2 = 8; б) 3*у*2 + 75 = 0; в) *у*2 + 11*у* = 0; г) 6*х*2 – 1,8*х* = 0.

3. Розв’язати рівняння, ввівши нову змінну:

 а) *х*4 – 10*х*2 + 9 = 0; б) *х*4 – 5*х*2 – 36 = 0; в) (*х*2 + 3*х*)2 – 7(*х*2 + 3*х*) + 10 = 0;

 г) + *х* = 6.

4. Розв’язати рівняння:



5. Розв’язати рівняння:

 н)

