**Заняття 9. Розкладання многочлена на множники. Формули скороченого множення**

|  |
| --- |
| **Квадрат суми**(*a* + *b*)2 = *a*2 + 2*ab* + *b*2 |
| **Квадрат різниці**(*a* – *b*)2 = *a*2 – 2*ab* + *b*2 |
| **Різниця квадратів****a**2 – **b**2 = (*a* – *b*)(*b* + *a*) |
| **Куб суми**(*a* + *b*)3 = *a*3 + 3*a*2*b* + 3*ab*2 + *b*3 |
| **Куб різниці**(*a* – *b*)3 = *a*3 – 3*a*2*b* + 3*ab*2 – *b*3 |
| **Сума кубів***a*3 + *b*3 = (*a* + *b*)(*a*2 – *ab* + *b*2) |
| **Різниця кубів***a*3 – *b*3 = (*a* – *b*)(*a*2 + *ab* + *b*2) |

|  |
| --- |
| Розкладання многочлена на множники - це перетворення алгебраїчної суми одночленів на добуток. Є три основні способи. |
| **Правила** | **Приклади** |
| **Винесення спільного множника за дужки:** |
| а) знайти спільний множник;б) розділити на нього кожний член многочлена і отриману суму взяти в дужки;в) записати добуток спільного множника на отриману суму. | 18*a*5*b*2 – 14*a*4*b*3 = 2*a*4*b*2(9*a* – 7*b*). |
| Якщо при винесенні за дужки спільний множник виноситься зі знаком «мінус», то знаки доданків в дужках змінюються на протилежні. | – *ау* + *by* + *cy* = – *y*(*a* – *b* – *с*). |
| **Спосіб групування:** |
| а) об'єднати члени многочлена в такі групи, які мають спільний множник;б) винести цей спільний множник за дужки. | 2*a* + *bc* + 2*b* + *ac* = (2*a* + 2*b*) + (*bc* + *ac*) == 2(*a* + *b*) + *c*(*b* + *a*) = (*a* + *b*)(2 + *c*). |
| **Використання формул скороченого множення** |
| Для розкладання многочлена на множники використовують відомі формули. | 25*x*2 – 4*y*2 = (5x – 2*y*)(5*x* + 2*y*).*x*2 + 16*xy* + 64*y*2 = (*x* + 8*y*)(*x* + 8*y*) = (*x* + 8*y*)2. |

**Практична частина**

1. Винесіть спільний множник за дужки.

 а) 2*m* + 2*n*; г) 6*х*4 – 24*х*2; ж) 21*ху* – 14*хс* + 70*ах*; к) *х*(1 – *у*) – *у*(*у* – 1);

 б) 15*у* – 15; д) – 10*а* – 15*b*; з) *а*(*х* + *у*) + *с*(*х* + *у*); л) *a* + *b* + *с*(*a* + *b*);

 в) *х*8 – *у*7; е) *а*4 + *а*6 – *а*8; и) (*у* – 5) + *а*(*у* – 5); м) (*х* + *у*)2 + *х* + *у*;

 н) *х* + 2*а*(*х* – *у*) – *у*; о) *х*2 – *у*2 + *х* + *у*; п) 2*а*(*х* – 1) – 3(*х* – 1) + *с*(*х* – 1);

 р) (*a*2+ *b*2) – *a*2(*b*2 + *a*2); c) (*x* + *y*)3 – *x*(*x* + *y*)2; т) 5*х*(*a* + *b* – *с*) – 4*y*(*a* + *b* – *с*) – 3*z*(*a* + *b* – *с*); у) (6*х*2 – 5*у*) + (5*у* – 6*х*2) 7*х* – (6*х*2 – 5*у*)4*у*; ф) (*х*2 – *х* – 1)(*у* + 2) + (1 + *х* – *х*2)(*у* + 12); х) (4*а* – 7*х*)5*а* + 8*х*(7*х* – 4*а*) – (4*а* – 7*х*).

2. Розкладіть многочлени на множники, використовуючи спосіб групування.

 а) 18*а*2 – 27*ab* + 14*ac* – 21*bc*; г) – 24*ах* – 15*с*2 + 40*ас* + 9*сх*;

 б) – 28*ас* + 35*с*2 – 10*сх* + 8*ах*; д) 139 ⋅ 15 + 18 ⋅ 139 + 15 ⋅ 261 + 18 ⋅ 261;

 в) 48*ха*2 + 32*ху*2 – 15*уа*2 – 10*у*3; е) 125 ⋅ 48 – 31 ⋅ 82 – 31 ⋅ 43 + 125 ⋅ 83.

3 Розкладіть многочлени на множники, застосувавши формули скороченого множення.

 а) *с*2*а*2 – 16; б) *а*4 – 16; в) 81*а*2 – *х*6; г) 100*у*10 – 4*х*2;

 д) 1 – *b*8; е) *х*2*у*4 – 49; ж) 4 – 100*a*8; з) *х*4 + 2*х*2*у* + *у*2;

 и) 4*у*4 – 12*у*2 + *у*2; к) 25*а*4 + 10*а*2*b* + *b*2; л) 1 – (*х*2 + *у*2)2; м) – *х*2 – 2*х* – 2;

 н) 4*а* – *а*2 – 4; о) *х*4 + 2*х*2*у*4 + *у*8; п) *х*6*у*2 – (*х* – *у*)2; р) (5*с* + *а*)2 – 9(*а* – *с*)2;

 с) (2*р* – 3)3 + 1; т) *х*2 – 1 + 2*ху* + *у*2; у) *х* – *у* – *х*2 + *у2*; ф) 1 – *а*2 – 2*ab* – *b*2;

 х) (*а*2 + 2*а* + 1)2 – 25; ц) у5 – *у*3 + *у*3 – 1; ч) (*a* + *b*)2 + 2(*a* + *b*)(*a* – *b*) + (*a* – *b*)2.

4. Довести, що вираз 85 + 213 ділиться на 10.

5. Довести, що вираз 96 – 310 ділиться на 24.

6. Спростіть і обчисліть, якщо *х* = – 3:

 а) 2 – (*х* – 1)(*х* + 1); б) 5 – (2 + *х*)(2 – *х*).

7. Довести тотожність:

 а) 3*х*(1 – 2*х*)(2*х* + 1) = 3*х* – 12*х*3; г) 3*х*3(2*х*2 + 5)(5 – 2*х*2) = 75*х*3 – 12*х*7;

 б) 2*х*(2 – 3*х*)(3*х* + 2) = 8*х* – 18*х*3; д) *х*5 + 1 = (*х* + 1)(*х*4 – *х*3 + *х*2 – *х* + 1);

 в) 2*х*2(4*х*2 – 3)(3 + 4*х*2) = 32*х*6 – 18*х*2; е) *х*4 – 1 = (*х* + 1)(*х*3 – *х*2 + *х* – 1).

8. Довести, що при будь-яких значеннях *х* і *у* значення виразу невід’ємне:

 а) 4*х*2 – 20*ху* + 25*у*2; б) 9*х*2 + 24*ху* + 16*у*2.

9. Довести, що при будь-яких значеннях *х* вираз приймає додатне значення:

 а) *х*2 – 10*х* + 29; б) *х*2 + 8*х* + 19.