**УРОК № 19-20**

**Урок в темі №19-20**

**Тема уроку.** Пряма Ейлера. Коло Ейлера. Пряма Сімсона.

 Розв’язування задач.

**Мета уроку:**

* розширити знання учнів з планіметрії: ознайомити з прямою Ейлера, колом Ейлера, прямою Сімсона;
* розвивати увагу, аналітичне, логічне, творче мислення виховувати інтерес до вивчення математики, позитивне ставлення до на­вчання;
* виховувати наполегливість у досягненні мети, працелюбність, пізнавальний інтерес.

**Тип уроку:** лабораторно-практичне заняття з елементами дослідження.

**Обладнання:** опорний конспект.

**Хід уроку**

**І. Організаційний етап**Перевіряю готовність учнів до уроку, налаштовую їх на роботу.

**IІ. Відтворення основних положень вивченого на попередньому уроці**

1. **Перевірка домашнього завдання**

Перевірити правильність виконання домашніх завдань за допомогою записів на дошці, які зроблено до початку уроку, та відповісти на запитання, які виникли в учнів при ви­конанні домашніх завдань.

1. №27



1. Доведіть теорему: Якщо в трикутник вписане коло, то відрізки, що з'єднують вершини трикутника з точками дотику протилежних сторін перетинаються в одній точці.

Доведення: Нехай А1, В1 и С1 - точки дотику вписаного кола трикутника АВС. Для того, щоб довести, що відрізки  АА1, ВВ1 і СС1перетинаються в одній точці, досить показати, що виконується рівність Чеви:



Використовуючи властивість дотичних, проведених з однієї точки, введемо позначення:

ВС1 = ВА1 = х, СА1 = СВ1 = у, АВ1 = АС1 = z.



Рівність Чеви виконується, значить, зазначені відрізки перетинаються в одній точці. Цю точку називають точка жергонна. Теорема доведена.

1. Доведіть, що висоти трикутника перетинаються в одній точці (у випадку гострокутного трикутника).

Доведення: Маємо , , , , , .

Звідси випливає



1. **Усна робота**
* За даним рисунком для трикутника ACF і січної EO сформулюйте теорему Менелая.
* За даним рисунком для трикутника АВС сформулюйте теорему Чеви.
* Де знаходиться центр описаного (вписаного) кола трикутника?
* Чи перетинаються в одній точці висоти (медіани) трикутника?

**ІІІ. Повідомлення теми, мети і задач уроку**

Про особливості розміщення цих точок, їх назви, а також про розміщення деяких інших точок піде розмова на сьогоднішньому уроці.

**IV. Сприймання й усвідомлення нового матеріалу**

* + - 1. **Сторінка історії.**

Є декілька імен в історії сучасної математики, які відомі кожній освіченій людині. До їх числа належить й ім’я відомого математика Леонарда Ейлера, видатного вченого ХVІІІ століття, яке в галузі математики справедливо може бути названим століттям Ейлера. Ейлер виконав головні відкриття майже в усіх галузях математики.

Ейлер Леонард (1703 – 1783) – математик, фізик, механік і астроном. Народився в Швейцарії. Багато років провів у Росії. Зробив вагомий внесок у математичний аналіз, ввів поняття функції комплексної змінної. Започаткував математичний метод у теорії чисел, є одним із творців сучасної диференціальної геометрії

* + - 1. **Пряма Ейлера.**
* Де знаходиться центр тяжіння трикутника? (Центр тяжіння (центроїд) – точка перетину медіан).
* Де знаходиться ортоцентр трикутника? (Ортоцентр – точка перетину висот)

**Практична робота №1.**

1. На дошці побудований прямокутний трикутник. ABC з прямим кутом С.

Учитель на цьому рисунку будує:

Н - точку перетину висот (збіглася з точкою С);

О - точку перетину серединних перпендикулярів;

М - точку перетину медіан.

В результаті побудови спостерігаємо, що точки Н (С), М, О лежать на одній прямій.

Як розташовані ці точки в гострокутному і тупокутному трикутниках?

2. Учням пропонується провести практичну роботу на альбомних аркушах.

I варіанту пропонується гострокутний трикутник;

II варіанту - тупокутний трикутник.

Необхідно побудувати (алгоритм побудови):

1. точку перетину серединних перпендикулярів (О);
2. точку перетину медіан (М);
3. точку перетину висот (Н).

Питання вчителя:

* Як розташовані ці точки?
* Сформулювати своє припущення, свою гіпотезу щодо розташування цих точок?
* Виміряти відрізки НМ і ОМ, порівняти ці відрізки.

**Теорема. У трикутнику його центроїд (центр тяжіння), ортоцентр і центр описаного кола лежать на одній прямій (прямій Ейлера).** Отже, точки М, О, Н лежать на одній прямій, причому

точка М лежить між точками О та Н і МН=2МО

1. **Коло Ейлера (коло 9 точок)**.

**Практична робота №2.**

Учням пропонується виконати практичну роботу на альбомному аркуші. Спочатку побудувати три трикутники: прямокутний, гострокутний, тупокутний, після цього кольоровим олівцем побудувати точки за алгоритмом.

Алгоритм:

Н - точка перетину висот трикутника АВС;

Три точки Н1, Н2, Н3  - основи висот;

Три точки М1, М2, М3  - середини сторін;

Три точки К1- середина АН;

К2 - середина ВН;

К3 - середина СН.

Отже відмічені 9 точок:. Н1, Н2, Н3, М1, М2, М3, К1, К2, К3.

Питання вчителя:

* Як розташовані ці точки?
* Сформулюйте своє припущення, свою гіпотезу?

**У трикутнику основи медіан, основи висот і точки, які поділяють навпіл відрізки, що сполучають вершини трикутника з ортоцентром, лежать на одному колі (колі Ейлера).**

Центр кола дев'яти точок лежить в середині відрізка, що з'єднує ортоцентр з центром описаного кола. Радіус кола дев'яти точок дорівнює $\frac{R}{2}$ , деR - радіус кола, описаного навколо трикутника ABC.

1. **Пряма Сімсона.**

Відкриття цієї прямої тривалий час приписувалося [Роберту Сімсону](https://uk.wikipedia.org/wiki/%D0%A0%D0%BE%D0%B1%D0%B5%D1%80%D1%82_%D0%A1%D1%96%D0%BC%D1%81%D0%BE%D0%BD), але насправді вона була відкрита лише в 1797 році [Вільямом Воллесом](https://uk.wikipedia.org/w/index.php?title=%D0%92%D1%96%D0%BB%D1%8C%D1%8F%D0%BC_%D0%92%D0%BE%D0%BB%D0%BB%D0%B5%D1%81_(%D0%BC%D0%B0%D1%82%D0%B5%D0%BC%D0%B0%D1%82%D0%B8%D0%BA)&action=edit&redlink=1" \o "Вільям Воллес (математик) (ще не написана)). Тому наряду з традиційною назвою часто використовується назва *пряма Воллеса*.

**Якщо точка Х належить колу, описаному навколо трикутника АВС, то точки Х1,Х2, Х3, належать одній прямій (прямій Сімсона).**

**V. Закріплення вивченого матеріалу**

Коментоване розв’язування задач

1. Задача, в якій використовується поняття «пряма Ейлера».

Більшій стороні трикутника відповідає менша медіана, тобто а<b<c <=> ma>mb>mc

 Дано: ВС>АС Довести:АА1<ВВ1

Доведення:

М – точка перетину медіан;

О – точка перетину серединних перпендикулярів;

Н – точка перетину висот

М, О, Н лежать на прямій Ейлера

|  |  |
| --- | --- |
| *Елементи аналізу* | *Елементи синтезу в доведенні* |
| Для того щоб довести, щоАА1<BB12/3AA1<2/3BB1AM<BM наклонныеAM1<BM1– проекции | НО пряма Ейлера (М лежить між Н і О)Н1, М1, О1 їх проекції на пряму АВСН1┴АВAC<CB (за умовою) – похилі, тодіАН1<Н1В як їх проекціїАН1<АО1 , АО1= $\frac{1}{2}$АВМ1 між Н1 і О1.АМ1<АО1АМ1<М1В проекції, ММ1┴АВ |

**VІ. Підведення підсумків. Виставлення оцінок.**

Ще раз по конспектах повторюємо основні положення.

**VІІ. Домашнє завдання.**

Вивчити матеріал підручника $§$ 1 (стор.14).

Довести самостійно або знайти і розібрати: І варіант - теорему про пряму Ейлера, ІІ варіант – теорему про коло Ейлера.

Підготувати повідомлення про Ейлера.