**Тема 2. Невизначений інтеграл та його основні властивості.**

1. Поняття невизначеного інтеграла.

**Означення. Нехай функція *f* має на деякому проміжку первісну. Сукупність усіх первісних для функції *f(x)* на проміжку називають невизначеним інтегралом цієї функції і позначають *.* функцію *f(x)* називають *підінтегральною функцією.***

З доведених теорем випливає, що *= F(x) + С,* де *F(x) —* яка-небудь первісна для функції *f(x)* на даному проміжку, С — довільна стала (її називають сталою інтегрування). Наприклад, функція sin *x* є первісною для функції cos *x* на проміжку (-; +), тому можна записати, що

.

1. Правила знаходження первісних.

Операція знаходження похідної для заданої функції називається диференціюванням. Обернена операція зна­ходження первісних для даної функції називається інтегруван­ням.

Правила інтегрування можна також одержати за допомогою правил диференціювання.

***Правило 1.*** **Якщо *F(x)* і *G(x) —* первісні відповідно функцій *f(x)* і *g(x)* на деякому проміжку, то функція *F(x)* ± *G(x)* є первісною функції *f(x)* ± *g(x).***

Дійсно, оскільки *F'(x)=f(x), G'(x)*=*g(x),* то *(F(x)± G(x))'=F'(x)± G(x)=f(x)± g(x).*

**Це правило можна сформулювати в іншій формі: інтеграл суми (різниці) функцій дорівнює сумі (різниці) інтегралів:**

******

***Приклад 1.*** Знайдіть первісні для функції *f(x) = х +* cos x.

# Розв'язання

Оскільки для *х* одна із первісних є , а для cos *x* однією із первісних є sin *х,* то однією із первісних функції *х + cos х* є функція + sin *х,* отже, *F(x) =*  *+* sin *х+C.*

*Відповідь:* *F(x) =*  *+* sin *х+C.*

***Приклад 2.*** Знайти 

# Розв'язання

=.

*Відповідь:* .

***Правило 2.*** **Якщо *F(x)* є первісною для функції *f(x)*, a *C* — ста­ла, то *CF(x)* — первісна для функції *Cf(x)*.**

Дійсно, оскільки *F(x) = f(x)* то *(CF(x))' = CF'(x) = Cf(x)*.

Це правило можна сформулювати в іншій формі: постійний множник можна виносити за знак інтеграла ****.

***Приклад 3.*** Знайдіть первісні для функції *f(x) = 5еx + 7sin x - 3х2.*

## Розв'язання

Оскільки однією із первісних для функції *ex* є функція *ex*, то однією із первісних для функції *5еx* є *5еx*; оскільки однією із первісних для функція *sinx* є *-cos x*, то однією із первісних для функції 7sin*x* є -7cos*x*; первісною функції *3х2* є 3· = *x*3. Отже, *F(x) =5еx - 7cos x - x3 + C* — первісні для функції

*f(x)* = *5еx + 7sin x - 3х2*.

Відповідь: F(x) = *5еx - 7cos x - x3 + C.*

***Приклад 4.*** Знайдіть .

### Розв'язання



*Відповідь:* .

***Правило 3.*** **Якщо *F(x)* є первісною для *f(x),* a *k* і *b —* постійні числа, причому *k*  0, то *F(kx +b)* є первісною для функції *f(kx + b).***

Дійсно, за правилом похідної складеної функції маємо:

*=* *F'(kx +b)·k= F'(kx +b)= f(kx + b).*

**Це правило можна записати в інтегральній формі:**

******

***Приклад 5.*** Знайдіть первісні для функцій: a) *f(x)* = *(7 – 3х)5;* б) *f(x) = е2х-1.*

## Розв'язання

а) Оскільки первісною для функції *х5* є функція , то згідно з правилом 3 шукані первісні: .

б) Оскільки однією із первісних для функції *ех* є функція *ех,* то згідно з правилом 3 маємо: *F(x) = e2х-*l*+ C.*

*Відповідь:* a)***;***б) *F(x) = e2х-*l*+ C.*

***Приклад 6.***Знайдіть .

## Розв'язання



*Відповідь:* .

**3. Домашнє завдання.**

-вивчити правила знаходження інтегралів і таблицю інтегралів;

- №1142(а), 1144(а),1159 (Г.Н.Литвиненко. Збірник завдань для атестації з математики учнів 10-11 кл.);

**-** зробити опорний конспект «Невизначені інтеграли»