**Тема: Дійсні числа та обчислення**

**Теоретична частина**

**План**

1. **Поняття числа, множин чисел.**
2. **Дії над звичайними дробами.**
3. **Дії над десятковими дробами.**
4. **Дії над раціональними числами.**
5. **Дії над ірраціональними числами.**
	* + 1. **Поняття числа, множин чисел.**

**Число** — одне з найголовніших понять математики, яке в багатьох випадках може виступати як міра кількості чогось. У давнину у слов'янських мовах, слово "число" означало "знак", "символ", "поняття", "ідея". Під словом "числити" розуміли в ті часи "значити", "думати", а також "записувати щось за допомогою знаків", "робити певні дії зі знаками". Пізніше, зокрема з поширенням арифметики і точних наук на Русі Петром I у XVIII ст. під числами стали розуміти в першу чергу ті знаки, які використовуються для позначення певних кількостей. У XIX та XX ст., з розвитком і поширенням вищої, теоретичної математики, слово "число" знову починає вживатися більш широко - для назви знаків, позначень і понять, які позначають не лише кількості - комплексні числа. Те саме ми спостерігаємо з поняттями "числити", "числення" - матричне числення, варіаційне числення і т. д.

Математики поступово розширювали набір усіх відомих чисел. Поява нових видів чисел і числення тісно пов'язана з розвитком людського суспільства. Разом з тим, на кожне розширення числової системи можна дивитися з математичної точки зору, обґрунтовуючи таке розширення, як правило, розширенням можливостей виконувати деяку математичну операцію.

**Натуральні числа**

Дослівно - "природні" числа (лат. "natura" - природа). Існує вислів, що натуральні числа створені Богом, а інші числа - витвір людської уяви. Натуральні числа - найдавніші числа, які стали використовувати люди, в першу чергу при лічбі:

1,2,...,10,11,...

Сукупність (множина) всіх натуральних чисел позначається **N.**

**Цілі числа**

Назва "цілі числа" виникла на противагу числам, які позначають "нецілі" кількості, - дробам. Цілі числа утворюються на основі натуральних за допомогою введення нових понять і позначень: нуля (0, лат. nullus - ніщо, відсутність будь-якої кількості) та від'ємних чисел, тобто таких кількостей, додаючи до яких додатні кількості (які позначаються натуральними числами) ми отримуємо нуль. Від'ємні числа позначаються за допомогою знака "-" (мінус) перед тим натуральним числом, у сумі з яким дане від'ємне число дає 0.

Від'ємні числа отримали застосування в багатьох сферах людського життя - в математиці (дозволили розробити поняття системи координат), в економіці (позначення боргу), у фізиці (від'ємні заряди, від'ємна температура), в історії (роки до нашої ери) тощо.

У множині цілих чисел (на відміну від натуральних) завжди здійсненне віднімання.

Множина цілих чисел позначається - **Z**. Цілі числа в математиці вивчають у рамках теорії чисел.

**Раціональні числа**

Назва цих чисел походить від латинського "ratio" - "відношення", у зв'язку з тим, що ці числа з часу своєї появи позначаються за допомогою відношення двох цілих чисел наприклад, 2:5 або 2/5. Інша назва - "дроби", тобто числа, якими можна позначити нецілу кількість предметів - пів торта, третину стакана, чверть години і т.д. Під дробовими числами, як правило, розуміють ті раціональні числа, які не відносяться до цілих. Поява раціональних чисел також дала змогу вирішити велику кількість прикладних задач з різних галузей науки. У множині раціональних чисел (на відміну від цілих) завжди здійсненне ділення, крім ділення на 0. Цікаво, що історично цю проблему щодо ділення було вирішено значно раніше, ніж проблему щодо віднімання, так що спочатку множину натуральних чисел (разом з нулем) було розширено до множини невід'ємних раціональних чисел, і лише потім з'явилися від'ємні числа. Справді, дроби набагато "реальніші" за від'ємні числа, перші легше безпосередньо відчути на життєвих прикладах. Однак з точки зору математики виглядає дещо природнішим спочатку сконструювати цілі від'ємні числа, а потім дробові. Для шкільної програми в цьому питанні характерним є "історичний" підхід: учнів знайомлять з дробами раніше, ніж з від'ємними числами. Множина всіх раціональних чисел позначається **Q**.

**Дійсні числа**

Назва чисел відображає думку про те, що вони дають змогу описувати дійсність (реальність). Після появи раціональних чисел стало зрозумілим, що вони не дають змогу вирішити всі задачі, які постали перед людством. Серед них такі задачі, як вимірювання відстаней (наприклад, діагоналі одиничного квадрата), пошук коренів квадратних рівнянь та ін. Було введено поняття **ірраціонального** (нераціонального) числа - числа, яке не може бути виражене за допомогою відношення цілих чисел. Сукупність раціональних та ірраціональних чисел утворює множину дійсних чисел. Найбільш поширене позначення дійсних чисел - у вигляді десяткових (можливо нескінченних) дробів. **Ірраціональні числа** в цьому випадку - неперіодичні, нескінченні десяткові дроби.

**Раціональні числа при записі їх у десятковий дріб мають періодично повторювану частину. Наприклад,**

, де (3) означає, що трійка повторюється нескінчену кількість раз, довжина періоду — один.



довжина періоду — шість.

При розкладанні ірраціональних чисел у десятковий дріб не спостерігається такої періодичності. Наприклад, відомо, що число пі — ірраціональне, $\sqrt{2, } \sqrt{3 }$ - ірраціональні.

Множина дійсних чисел позначається **R**, першою буквою слова "real" - дійсні.

* + - 1. **Дії над звичайними дробами.**

**Додавання і віднімання дробів з різними знаменниками:** 

1) Знайти НСЗ (НСК(*b, d*)).

2) Виконати додавання / віднімання дробів з однаковими знаменниками.

3) Якщо сума / різниця — скоротний дріб — скоротити.

4) Якщо сума / різниця — неправильний дріб, то виділити цілу частину. Приклад:

1) ; НСЗ (3; 4) =12.

2) ; НСЗ (3; 6) = 6.

3) ; НСЗ (12; 8) = 24

**Множення і ділення звичайних дробів**

,

* + - 1. **Дії над десятковими дробами.**

Щоб **помножити** два десяткових дроби, треба:
1) виконати множення, не звертаючи уваги на коми;
2) відокремити в одержаному результаті комою стільки цифр справа, скільки їх с тоїть після коми в обох множниках разом

Щоб помножити десятковий дріб на 10, 100, 1000 і т.д., треба в цьому дробі перенести кому вправо на стільки цифр, скільки нулів є у множнику після одиниці.

Приклади: а) 16,48 · 10 = 164,8; б) 1,0073 · 100 = 100,73.

Щоб помножити десятковий дріб на 0,1; на 0,01; на 0,001 і т.д., треба в цьому дробі перенести кому вліво відповідно на 1, 2, 3 і т.д. цифри.

Приклади: а) 78,3 · 0,1 = 7,83; б) 0,056 · 0,01 = 0,00056.

Щоб **поділити** число на десятковий дріб, треба:
1) у діленому і дільнику перенести кому вправо на стільки цифр, скільки їх після коми в дільнику;
2) після цього виконати ділення на натуральне число.

Приклади: а) 160,23 : 4,9 = 1602,3 : 49 = 32,7;
 б) 0,05 : 0,004 = 50 : 4 = 12,5.

Щоб поділити десятковий дріб на 10, 100, 1000 і т.д., треба перенести кому в цьому дробі на стільки цифр вліво, скільки нулів стоїть після одиниці в дільнику.

Приклади: а) 47,4 : 10 = 4,74; б) 8,92 : 100 = 0,0892.

 Щоб поділити десятковий дріб на 0,1; 0,01; 0,001 і т.д., треба перенести в ньому кому вправо на стільки цифр, скільки в дільнику стоїть нулів перед одиницями. (Тобто, іншими словами, поділити на 0,1; 0,01; 0,001 і т.д. - це те ж саме, що помножити число на 10, 100, 1000 і т.д.).

Приклад: 7,23 : 0,1 = 72,3.

* + - 1. **Дії над раціональними числами.**

Щоб **додати** два числа з **однаковими знаками**, необхідно додати їх модулі і надати одержаному числу знак доданків.

Щоб **додати** два числа з **різними знаками**, необхідно від більшого модуля чисел відняти менший модуль і надати одержаній різниці знак числа з більшим модулем.

**Добуток** двох раціональних чисел з різними знаками є від’ємним числом, а модуль добутку є добутком модулів множників.

Добуток двох чисел з однаковими знаками є додатним числом, а модуль добутку є добутком модулів множників.

**Частка** двох чисел із різними знаками є від’ємним числом, а модуль частки є результатом ділення модуля діленого на модуль дільника.

Частка двох чисел з однаковими знаками є додатним числом, модуль частки є відношенням модулів діленого та дільника.

* + - 1. **Дії над ірраціональними числами.**

Арифметичним квадратним коренем із числа a називається невід’ємне число, квадрат якого дорівнює a.

 Властивості арифметичного квадратного кореня:



**Домашнє завдання.**

1. Повторити теоретичний матеріал лекції.
2. Розв’язати №№3(2,5,9,12,14,16), 4(4,6,9,11,12), 5(15,16).

**Практична частина**

1. Серед чисел ; 0; 0,25; -2,(3); 0,818118111... (кількість одиниць, яка ділить вісімки, кожний раз збільшується на 1); 4,2(51); 217; πукажіть раціональні та ірраціональні.
2. **Порівняйте числа:** 1) 8,998... і 9,113; 2) -0,382... і 5,117...; 3) -32,144... і -12,543...; 4) -2,724... і -2,725...; 5) 0,6 і ; 6) -0,327 і ; 7) 0,579... і 0,58; 8) 2,72 і 2,(72); 9) 1,7 і ; 10) 1,8 і ; 11)  і -3; 12)  і -2.
3. **Обчисліть**: 1) ; 2) ; 3) ; 4) ; 5) ;

6) ; 7) ; 8) ; 9) ; 10) ; 11) ; 12) ; 13) ; 14) ; 15) ; 16) ; 17) .

1. **Обчисліть:** 1)7,76 + 43,693; 2) 11 – 5,625; 3) 7,52 · 3,4; 4) 0,0018 · 8,7; 5) 45,921 · 100; 6) 42,1 : 100; 7) 36,48 : 12; 8) 8 : 32; 9) 8,41 : 29; 10) 4959 : 0,87; 11) 4 : 0,001; 12) (20 – 22,05 : 2,1) · 6,4 + 9,2.
2. **Обчисліть:** 1) 2,8 + (-6,3); 2) -5,4 + 9,2; 3) -3,6 + (-4,9); 4) -5,6 + 5,6;

5) 3,8 - 5,3; 6) -18,6 - 3,6; 7) -5,6 - (-12,3); 8) 0 - 3,8; 9) 37,26 : (-9,2); 10) 5·; 11) -1:; 12) ; 13) ; 14) ; 15) ; 16) .

1. **Обчисліть значення виразу:** 1); 2) ; 3); 4) ; 5) ; 6) ; 7) .
2. **Спростіть вираз:**

а); б) ; в) .

1. **Скоротіть дріб:**

а) ; б) ; в) .