**Тема: Лінійні та квадратні рівняння**

**Теоретична частина**

**План**

1. **Поняття рівняння. Основні властивості рівнянь.**
2. **Поняття лінійного рівняння, його розв’язки.**
3. **Поняття квадратного рівняння, його види і розв’язки**.
4. **Поняття рівняння. Основні властивості рівнянь.**

***Рівняння-*** це рівність з невідомим значенням змінної.

***Наприклад***: [2x + 3 = 0;{x^2} - 5x + 6 = 0](http://zno.academia.in.ua/filter/tex/displaytex.php?texexp=2x%20%2B%203%20%3D%200;%7bx%5e2%7d%20-%205x%20%2B%206%20%3D%200) - рівняння.

Значення змінної, для якого рівняння перетворюється у правильну числову рівність ,- його ***корінь****.*

***Наприклад***: число 2 – корінь рівняння [{x^2} - 2x = 0](http://zno.academia.in.ua/filter/tex/displaytex.php?texexp=%7bx%5e2%7d%20-%202x%20%3D%200), бо [{2^2} - 2 \cdot 2 = 4 - 4 = 0](http://zno.academia.in.ua/filter/tex/displaytex.php?texexp=%7b2%5e2%7d%20-%202%20\cdot%202%20%3D%204%20-%204%20%3D%200).

Розв’язати рівняння – це означає знайти всі його корені або довести, що коренів немає.

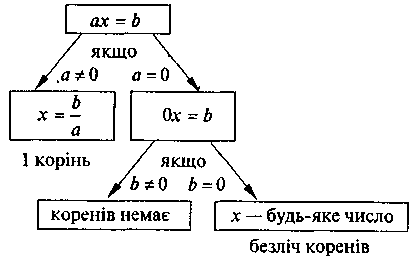
***Наприклад***: рівняння *х*+2=3 і *х*-1=0 рівносильні, оскільки вони мають спільний корінь – число 1 й інших коренів не мають.

Два рівняння називають ***рівносильними***, якщо кожне з них має ті ж корені, що й інше. Рівняння, які не мають коренів, теж вважають рівносильними.

Основні властивості рівнянь.

1. В будь-якій частині рівняння можна звести подібні доданки або розкрити дужки, якщо вони є.
2. Будь-який член рівняння можна перенести з однієї частини рівняння в іншу, змінивши його знак на протилежний.
3. Обидві частини рівняння можна помножити або поділити на одне й те ж, відмінне від нуля, число.
4. **Поняття лінійного рівняння, його розв’язки.**

Рівняння виду *ax=*b, де a і b – деякі відомі числа, називають ***лінійним рівнянням*** зі змінною x.

Лінійне рівняння може мати один корінь , безліч коренів або не мати жодного кореня.Схема розв’язку лінійного рівняння

1. **Поняття квадратного рівняння, його види і розв’язки.**

*Квадратним* називають рівняння виду [a{x^2} + bx + c = 0](http://zno.academia.in.ua/filter/tex/displaytex.php?texexp=a%7bx%5e2%7d%20%2B%20bx%20%2B%20c%20%3D%200), де *х* – змінна; *а*, *b*, *с* – числа, причому *а*≠0. Число *а* називають першим (старшим) коефіцієнтом, *b* – другим коефіцієнтом, *с* – вільним членом.

     Квадратне рівняння, у якого перший коефіцієнт дорівнює числу 1, називають *зведеним квадратним рівнянням*.

     Квадратне рівняння, у якого хоча б один з коефіцієнтів – *b* або *с* – дорівнює нулю, називають *неповним квадратним рівнянням*.

***Неповне квадратне рівняння виду***[a{x^2} + bx = 0](http://zno.academia.in.ua/filter/tex/displaytex.php?texexp=a%7bx%5e2%7d%20%2B%20bx%20%3D%200)

     Рівняння виду  завжди має два корені: 0 і [ - \frac{b}{a}](http://zno.academia.in.ua/filter/tex/displaytex.php?texexp=%20-%20\frac%7bb%7d%7ba%7d). Такі рівняння, як правило розв’язують розкладанням його лівої частини на множники.

***Наприклад***: [15{x^2} - 15x = 0,\;5x(x - 3) = 0,\;{x_1} = 0,\;{x_2} = 3.](http://zno.academia.in.ua/filter/tex/displaytex.php?texexp=15%7bx%5e2%7d%20-%2015x%20%3D%200,\;5x(x%20-%203)%20%3D%200,\;%7bx_1%7d%20%3D%200,\;%7bx_2%7d%20%3D%203.).

***Неповне квадратне рівняння виду***[a{x^2} + c = 0](http://zno.academia.in.ua/filter/tex/displaytex.php?texexp=a%7bx%5e2%7d%20%2B%20c%20%3D%200)

     Якщо [ - \frac{c}{a} > 0](http://zno.academia.in.ua/filter/tex/displaytex.php?texexp=%20-%20\frac%7bc%7d%7ba%7d%20%3e%200), то рівняння виду [a{x^2} + c = 0](http://zno.academia.in.ua/filter/tex/displaytex.php?texexp=a%7bx%5e2%7d%20%2B%20c%20%3D%200) має два корені: [ - \sqrt { - \frac{c}{a}} ](http://zno.academia.in.ua/filter/tex/displaytex.php?texexp=%20-%20\sqrt%20%7b%20-%20\frac%7bc%7d%7ba%7d%7d%20)та [\sqrt { - \frac{c}{a}} ](http://zno.academia.in.ua/filter/tex/displaytex.php?texexp=\sqrt%20%7b%20-%20\frac%7bc%7d%7ba%7d%7d%20).

***Наприклад***: [4{x^2} - 9 = 0;\;4{x^2} = 9;\;{x^2} = \frac{9}{4};\;{x_1} = \sqrt {\frac{9}{4}} ;\;{x_2} = - \sqrt {\frac{9}{4}} ](http://zno.academia.in.ua/filter/tex/displaytex.php?texexp=4%7bx%5e2%7d%20-%209%20%3D%200;\;4%7bx%5e2%7d%20%3D%209;\;%7bx%5e2%7d%20%3D%20\frac%7b9%7d%7b4%7d;\;%7bx_1%7d%20%3D%20\sqrt%20%7b\frac%7b9%7d%7b4%7d%7d%20;\;%7bx_2%7d%20%3D%20-%20\sqrt%20%7b\frac%7b9%7d%7b4%7d%7d%20), тобто [{x_1} = 1\frac{1}{2}](http://zno.academia.in.ua/filter/tex/displaytex.php?texexp=%7bx_1%7d%20%3D%201\frac%7b1%7d%7b2%7d) і [{x_2} = - 1\frac{1}{2}](http://zno.academia.in.ua/filter/tex/displaytex.php?texexp=%7bx_2%7d%20%3D%20-%201\frac%7b1%7d%7b2%7d).

     Якщо [ - \frac{c}{a} < 0](http://zno.academia.in.ua/filter/tex/displaytex.php?texexp=%20-%20\frac%7bc%7d%7ba%7d%20%3c%200), то рівняння  не має коренів.

***Наприклад***: [4{x^2} + 9 = 0;\;4{x^2} = - 9](http://zno.academia.in.ua/filter/tex/displaytex.php?texexp=4%7bx%5e2%7d%20%2B%209%20%3D%200;\;4%7bx%5e2%7d%20%3D%20-%209), коренів немає.

     Якщо [ - \frac{c}{a} = 0](http://zno.academia.in.ua/filter/tex/displaytex.php?texexp=%20-%20\frac%7bc%7d%7ba%7d%20%3D%200), то рівняння виду  має один корінь: *х*=0.

 Вираз [D = {b^2} -ac](http://zno.academia.in.ua/filter/tex/displaytex.php?texexp=D%20%3D%20%7bb%5e2%7d%20-ac) називають *дискримінантом* квадратного рівняння [a{x^2} + bx + c = 0](http://zno.academia.in.ua/filter/tex/displaytex.php?texexp=a%7bx%5e2%7d%20%2B%20bx%20%2B%20c%20%3D%200).

     Якщо D>0, то квадратне рівняння має два корені; якщо D=0, то один корінь; якщо D<0, то квадратне рівняння коренів не має.

     Корені квадратного рівняння [a{x^2} + bx + c = 0](http://zno.academia.in.ua/filter/tex/displaytex.php?texexp=a%7bx%5e2%7d%20%2B%20bx%20%2B%20c%20%3D%200) при D≥0 знаходять за формулою

[{x_{1,2}} = \frac{{ - b \pm \sqrt {{b^2} - 4ac} }}{{2a}}](http://zno.academia.in.ua/filter/tex/displaytex.php?texexp=%7bx_%7b1,2%7d%7d%20%3D%20\frac%7b%7b%20-%20b%20\pm%20\sqrt%20%7b%7bb%5e2%7d%20-%204ac%7d%20%7d%7d%7b%7b2a%7d%7d).

     Для квадратного рівняння виду [a{x^2} + 2kx + c = 0](http://zno.academia.in.ua/filter/tex/displaytex.php?texexp=a%7bx%5e2%7d%20%2B%202kx%20%2B%20c%20%3D%200) формула коренів має вигляд

[x = \frac{{ - k \pm \sqrt {{k^2} - 4ac} }}{{2a}}](http://zno.academia.in.ua/filter/tex/displaytex.php?texexp=x%20%3D%20\frac%7b%7b%20-%20k%20\pm%20\sqrt%20%7b%7bk%5e2%7d%20-%204ac%7d%20%7d%7d%7b%7b2a%7d%7d).

**Розв’язування квадратних рівнянь за теоремою Вієта** (а=1).

*х2 + рх + g = 0*

*х1 + х2 = -р*

*х1∙ х2 =g.*

**Розкладання квадратного тричлена на множники**

*ax2 + bx + c = a(x – x1)(x – x2).*

**Домашнє завдання**

1. Опрацювати теоретичний матеріал.
2. Розв’язати №№ 1(5, 6, 7, 11, 15), 3(4, 5, 8, 11, 12), 5(2, 7, 13), 8(3).

**Практична частина**

1. Розв’язати лінійні рівняння:

1) -4*х* = 28; 2) 0,7*х* = -4,2; 3) *х* = -; 4) 3*х* = 7; 5) -2*х* = ; 6) 18*х* = 0,9; 7) 7*х* + 3 = 30 – 2*х*; 8) 0,2*х* + 2,7 = 1,4 – 1,1*х*; 9) *х* + 15 = *х* + 10; 10) (7*х* + 1) – (9*х* + 3) = 5; 11) 3,4 + 2*у* = 7(*у* – 2,3); 12) 0,2(7 – 2*у*) = 2,3 – 0,3(*y* – 6); 13) ; 14) 3*х* + 6 = 2(2*х* – 7) – *х*; 15) 6,2(3 – 2*х*) = 20 – (12,4*х* + 1,4).

2. Периметр прямокутника 30 м, а його довжина більша за ширину на 1 м. Знайдіть довжини сторін прямокутника.

3. Розв’язати квадратні рівняння:

1)5х2 = 0; 2) 5х2 +4х=0; 3) у2 – 9 = 0; 4) *х*2 = 25; 5) 4*х*2= 1; 6) 3*х*2= 6; 7) (*х* – 1)2 = 25; 8) (*х* + 2)2 = 0; 9) 2*х*2 – 5*х* + 3 = 0; 10) 2*х*2 + *х* – 1 = 0; 11) 3*х*2 + 5*х* – 2 = 0; 12) 4*х*2 – 4*х* + 1 = 0; 13) 2*х*2 – 3*х* + 2 = 0;14) 7*х*2 – 6*х* – 1 = 0; 15) 3*х*2 – 7*х* + 4 = 0;16) 5*х*2 – 8*х* + 3 = 0;17) 3*х*2 – 13*х* + 14 = 0;18) 2*у*2 – 9*y* + 10 = 0; 19) 5*у*2 – 6*y* + 1 = 0; 20) 4*х*2 + *х* – 33 = 0;

4. Розв’язати квадратні рівняння за теоремою Вієта:

1)х2+ 12х +11 = 0; 2)х2 -3х +2 = 0; 3)х2 + 5х + 6 = 0; 4)у2 - 5у – 14 = 0; 5)х2 – 7х +12 = 0; 6) *у*2– 10*y* – 24 = 0; 7) *р*2 *+ р –* 90 = 0.

5. Знайдіть корені рівняння:

1) 3(*х* + 4)2 = 10*х* + 32; 2) 15*х*2 + 17 = 15(*х* + 1)2; 3) (*x* + 1)2= (2*х* – 1)2; 4) (*х* – 2)2 + 48 = (2 – 3*х*)2; 5) ; 6) ; 7) ; 8) ; 9) ; 10) ; 11) ; 12) ; 13) ; 14) .

6. Знайдіть значення *b,* при яких один із коренів рівняння дорів­нює -3:

1) 20*x*2 *+ bx – b*2= 0; 2) **.

7. Доведіть, що при будь-якому значенні змінної значення виразу додатне:

1) *а*2 *+* 4*а +* 11;2) **; 3) *т*2– 4*т* + 51; 4) **.

8. Скоротіть дріб: 1) ; 2) ; 3) ;

4) ; 5) ; 6) ; 7) ;

8) ; 9) .