МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

ДНІПРОДЗЕРЖИНСЬКИЙ МЕТАЛУРГІЙНИЙ КОЛЕДЖ

МЕТОДИЧНА РОЗРОБКА

відкритого заняття на тему

«Ознаки сталості, зростання та спадання функції»

з предмета «Математика»

Дніпродзержинськ, 2015

Методична розробка відкритого заняття з предмета «Математика» на тему «Ознаки сталості, зростання та спадання функції»

Підготувала Ханіна Надія Олексіївна, викладач Дніпродзержинського металургійного коледжу, спеціаліст вищої категорії

Методична розробка складена на основі власного досвіду проведення лекційного заняття з використанням методів активного і інтерактивного навчання.

Для викладачів вищих навчальних закладів 1 рівня акредитації.

Рецензент:

Н.Я.Ставрова, викладач Дніпродзержинського металургійного коледжу, спеціаліст вищої категорії.

Ухвалено на засіданні циклової комісії

 природничо-математичних дисциплін

 Протокол №\_\_\_\_\_від\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

 Голова циклової комісії

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_Н.Я.Ставрова

**Зміст**

Передмова……………………………………………………………………………5

1.План заняття………………………………………………………………………..6

2.Зміст та хід заняття………………………………………………………………...8

Література…………………………………………………………………………...19

Додатки (щодо організації та реалізації окремих етапів заняття) …………..…20

Додаток А……………………………………………………………………..…….21

Додаток Б…………………………………………………………………………....22

Додаток В………………………………………………………………………...…23

Додаток Г……………………………………………………………………………24

Додаток Д…………………………………………………………………………...25

Додаток Е……………………………………………………………………………26

Додаток Ж…………………………………………………………………………..27

Додаток З……………………………………………………………………………29

**Рецензія**

на методичну розробку відкритого заняття

з математики

за темою «Ознаки сталості, зростання та спадання функції»

Методична розробка лекційного заняття з математики за темою ««Ознаки сталості, зростання та спадання функції» складена у відповідності до типової навчальної програми й календарно-тематичного плану з урахуванням сучасних вимог і рекомендацій щодо проведення відкритих занять.

В лекційному занятті прослідковується взаємозв’язок та послідовність структурних елементів, запропонований підбір матеріалу та прикладів дозволяє оволодіти навчальним матеріалом всіма студентами в залежності від здібностей і рівня математичної підготовки.

Тема заняття висвітлена достатньо повно, викладання матеріалу дається в доступній формі.

З метою активізації пізнавальної діяльності та підвищення зацікавленості математикою, а також для подальшого вдосконалення методики проведення лекційного заняття викладач використовує активні і інтерактивні технології, завдання на розвиток аналітичного мислення, на вдосконалення вміння знаходити й приймати рішення, що вкрай необхідно в майбутній професіональній діяльності.

Лекційне заняття поєднує різні форми і методи навчання: елементи евристичної бесіди, лінгвістичну гру, графічний диктант, інтерактивні прийоми «Спіймай помилку» та «Пінг-понг», усне фронтальне опитування. Ці форми роблять процес навчання цікавим, сприяють підвищенню якості знань, вмінь та навичок студентів.

Методична розробка може бути використана викладачами вищих навчальних закладів 1 рівня акредитації під час підготовки до заняття.

Рецензент \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ Н.Я.Ставрова, викладач математики

Дніпродзержинського металургійного коледжу,

 спеціаліст вищої категорії

**Передмова**

В сучасних умовах важливого значення набула проблема професійної підготовки фахівців, здатних мислити і діяти творчо, самостійно, нетрадиційно. Одним з головних завдань занять з математики є не тільки повідомлення певної суми знань студентам, а й розвиток у них пізнавальних інтересів, творчого відношення до справи, прагнення до самостійного «добування» і розширення знань і умінь, вдосконалення вміння застосовувати їх у своїй практичній діяльності.

Лекційне заняття за темою «Ознаки сталості, зростання та спадання функції» надає можливість показати, як організувати засвоєння цих важливих для практичного застосування понять з використанням активних і інтерактивних методів навчання.

# Коли навчання активне, студент постійно перебуває в стані пошуку, хоче отримати відповідь на запитання, потребує інформації, щоб вирішити проблему або розмірковує разом з іншими над способом виконати завдання.

Дане заняття побудоване з урахуванням взаємозв’язку та послідовності структурних елементів, дозволяє оволодіти навчальним матеріалом всіма студентами в залежності від здібностей і рівня математичної підготовки. На занятті поєднуються елементи евристичної бесіди, проблемного методу, інтерактивні прийоми, глибина та доступність матеріалу.

Підібрані завдання розвивають у студентів логічне та аналітичне мислення, вміння думати, що сприяє пізнавальній мотивації, активізації пізнавальної діяльності та підвищенню зацікавленості математикою, а це, в свою чергу, позитивно впливає на підвищення рівня знань, вмінь та навичок студентів, розвитку їх особистості.

Працюючи над даною розробкою, я намагалась зробити заняття захоплюючим, динамічним та ефективним. Сподіваюсь, що воно не залишить байдужим жодного студента.

Методична розробка може бути використана викладачами технікуму та інших навчальних закладів.

1. **План заняття**

|  |  |
| --- | --- |
| Предмет  | Математика  |
| Тема заняття | Ознаки сталості, зростання та спадання функції |
| Тривалість | 80 хв. |
| Вид заняття | Лекційне |
| Тип заняття | Тематична лекція  |
| Форми та методи проведення заняття | Розповідь викладача з елементами евристичної бесіди, проблемного навчання, інтерактивні методи: «Пінг-понг», «Лови помилку», робота в парах |
| Методична мета: | удосконалити методику організації діяльності студентів на занятті з використанням активних і інтерактивних методів |
| Дидактична мета: | сформулювати ознаки сталості, зростання та спадання функції, засвоїти алгоритми дослідження функції на проміжки сталості, зростання та спадання, формувати навички та уміння практичного використання набутих теоретичних знань; розвивати розумові здібності, що забезпечують аналіз ситуації і розробку адекватних способів дії (аналіз, синтез, порівняння); формувати зацікавленість у результатах спільної роботи |
| Виховна мета: | виховувати прагнення до знань, інтерес  до математики, почуття взаємодопомоги, взаємопідтримки |
| Матеріально-технічне забезпечення | Калькулятори (за потреби), мультимедійний проектор, презентація «Ознаки зростання та спадання функції», демонстраційні таблиці «Монотонність функції», фізичні таблиці, роздатковий матеріал «Лінгвістична гра», м’яч для інтерактивної вправи «Пінг-понг» |
| Міжпредметні зв’язки: |  |
| забезпечуючі: | диференціальне числення, геометрія |
| забезпечувані: | біологія, фізика, електромеханіка |
| Література |  |
| обов’язкова: | О.М.Афанасьєва, Я.С.Бродський, О.Л.Павлов. Математика. К.: «Вища школа», 2002.- 447 с. |
| додаткова: | Є.П.Нелін, О.Є.Долгова. Алгебра і початки аналізу, 11 клас. Харків: «Світ дитинства», 2005. – 392 с.;Г.Н.Литвиненко. Збірник завдань для атестації з математики учнів 10-11 кл.Харків: ББН, 2000.-164с. |

1. **Зміст та хід заняття**
	1. Організаційна частина 7 хв.
		1. Звіт старости про наявність студентів, готовність студентів та аудиторії до заняття.
		2. Відмітка відсутніх.
		3. Вступне слово викладача.

Викладач: У Конфуція є чудовий вислів «Від того настрою, з яким ви вступаєте в день, або в якусь справу,  залежать ваші успіхи, а можливо, і невдачі». Я бажаю вам розпочати заняття з гарним настроєм і отримати від нього задоволення і гарні результати.

* + 1. Перевірка виконання домашнього завдання.

Викладач: Яке домашнє завдання ви отримали на попередньому занятті?

Очікувана відповідь: Необхідно було вивчити фізичний зміст похідної, повторити табличні значення похідної та метод інтервалів розв’язування нерівностей, а також розв’язати №№940(а), 975(а) [3].

* + - 1. Перевірка теоретичної частини домашнього завдання. Використання лінгвістичної гри.

Викладач: Перевірку теоретичної частини проведемо у вигляді лінгвістичної гри. На партах ви маєте картки жовтого і рожевого кольору. На жовтих закодовані початки означень, які пронумеровані від одного до семи. На рожевих – продовження цих означень, які закодовані буквами. Вам треба, працюючи в парах, за одну хвилину зв’язати початок і кінець фрази в одне речення, при цьому встановити відповідність між цифрами і буквами. У разі, якщо ви зробите все правильно, отримаєте закодоване слово.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 1 | Диференціюванням називається | О | абсциси точок перетину графіка з віссю ОХ. |
| 2  | Нулями функції називаються | Х | більше значення функції. |
|  3 | Функція називається зростаючою, якщо більшому значенню аргумента відповідає | Н | швидкість зміни функції в заданій точці. |
|  4 | Функція називається сталою на проміжку, якщо вона приймає | П | знаходження похідної функції. |
|  5 | Функція називається спадною, якщо більшому значенню аргумента відповідає | Д | менше значення функції. |
|  6 | Фізичний зміст похідної: похідна функції в заданій точці – це | А | множина значень, яких набуває аргумент. |
|  7 | Область визначення функції – це | І | одне й те ж саме значення на всьому проміжку. |

Викладач: Яке слово ви отримали?

Очікувана відповідь: «Похідна» (Додаток А).

Викладач: Це слово є головним протягом вивчення всієї нашої теми, і сьогоднішнє заняття – не виняток.

* + - 1. Перевірка практичної частини домашнього завдання (Додаток Б). Використання фронтального опитування, бесіди.

Викладач: Які питання виникли під час виконання практичної частини?

Очікувана відповідь: Питань не виникло.

Викладач: Розгляньте два розв’язки завдання №975, що записані на дошці. Яке із розв’язань правильне і де зроблена помилка?

$S\left(t\right)= \frac{1}{4}t^{4}$- $\frac{1}{3}t^{3}+ \frac{1}{12}t^{2}+7t+12$.

1. *v(t)*=$ S'\left(t\right)=\frac{1}{4}∙4t^{3}$- $\frac{1}{3}∙3t^{2}+ \frac{1}{12}∙2t+7= t^{3}$- $t^{2}+ \frac{1}{6}∙t+7$; *v(2)*=$ 2^{3}$- $2^{2}+ \frac{1}{6}∙2+7$= 8 – 4 + $\frac{1}{3}$ + 7 = 11$\frac{1}{3}$(м/с).

*a(t)=*$ S''\left(t\right)$*= v*$'$*(t)= 3*$t^{2}$- $2t+ \frac{1}{6}$; *a(2)= 3*$∙2^{2}$- $2∙2+ \frac{1}{6}=12-4+\frac{1}{6} $ = 8$\frac{1}{6}(м/с^{2})$.

1. *a(t)=*$ S'\left(t\right)=\frac{1}{4}∙4∙t^{3}$-$ \frac{1}{3}∙3∙t^{2}+ \frac{1}{12}∙2∙t^{2}+7= t^{3}$-$t^{2}+ \frac{1}{6}∙t+7$; *a(2)*=$ 2^{3}$- $2^{2}+ \frac{1}{6}∙2+7$= 8 – 4 + $\frac{1}{3}$ + 7 = 11$\frac{1}{3}$(м/с).

*v(t*$)=S''\left(t\right)$*= a*$'$*(t)= 3*$t^{2}$- $2t+ \frac{1}{6}$; *v(2)= 3*$∙2^{2}$- $2∙2+ \frac{1}{6}=12-4+\frac{1}{6} $ = 8$\frac{1}{6}(м/с^{2})$.

Очікувана відповідь: Перше розв’язання правильне, в другому розв’язанні поміняні місцями швидкість і прискорення.

Викладач: В чому полягає фізичний зміст похідної та другої похідної?

Очікувана відповідь: Якщо матеріальна точка рухається прямо­лінійно і її координата змінюється по закону s = s(*t*), то швидкість її руху *v(t)* в момент часу *t* дорівнює похідній *s'(t):*

*v(t)* = *s'(t),*

прискорення цієї матеріальної точки дорівнює похідній другого порядку від закону руху

*a(t)= s''(t) =v' (t).*

* + - 1. Підведення підсумків перевірки домашнього завдання. Розповідь викладача.
	1. Мотивація навчальної діяльності. 3хв.
		1. Вступне слово викладача. Розповідь викладача із залученням до обговорення студентів з демонстрацією фізичних таблиць.

Викладач: Сучасні фахівці повинні добре володіти математичним апаратом, який має надзвичайне значення для багатьох професій. Використання теорії диференціального числення є важливим для розвитку сучасної промисловості, економіки, бізнесу, фінансової справи. Розробили цю теорію незалежно один від одного видатні вчені: англійський фізик і математик І.Ньютон і німецький філософ, математик, фізик Готфрід Лейбніц (Додаток В).

Щоб вивчити будь-який процес ( будь то розпад ядер, рух транспорту, зміна продуктивності праці) необхідно пройти наступні етапи:

1. Створити математичну модель процесу або об'єкта, тобто відшукати функцію, скласти рівняння, що описують процес .

2. Дослідити створену модель, тобто з'ясувати як добре вона описує даний об'єкт .

3. Передбачити на основі отриманих результатів розвиток процесу або об'єкта.

Визначення проміжків монотонності – це невеликий елемент роботи другого етапу вивчення процесу.

Розглянемо дві задачі:

* Розглянемо біологічний процес розмноження бактерій. Що відбувається з кількістю при збільшенні часу? Яка це функція?

Очікувана відповідь: Кількість зростає. Зростаюча функція.

Викладач:

* Що відбувається з силою струму при збільшенні опору? Яка це функція?

Очікувана відповідь: Відповідно до закону Ома сила струму зменшується. Спадна функція.

Викладач: У наведених прикладах функція на всій області визначення зростає або спадає. Але може бути інакше. Якщо ми візьмемо графіки змінного струму, то ці функції (сила струму, напруга) на різних проміжках області визначення поводяться по-різному (зростання змінюється спаданням і навпаки).

Питання про зростання та спадання функції дуже важливе для всіх областей пізнання. Вивчивши його, можна вирішити безліч практичних завдань: розрахувати параметри електричного кола, розробити графік руху транспорту, при якому сума витрат буде найменшою, економія праці, матеріалів, енергоресурсів і багато інших.

* + 1. Повідомлення теми, мети і завдань заняття. Розповідь викладача.

Викладач: Фундаментом математики служить математичний аналіз. Одним з важливих понять математичного аналізу є *похідна*. І сьогодні на занятті у центрі уваги – дослідження монотонності функції за допомогою похідної.

Перед нами стоїть завдання: вивчити ознаки зростання, спадання, сталості функції і за їх допомогою навчитися визначати проміжки монотонності функції.

* 1. Актуалізація опорних знань. 10 хв.
		1. Повторення знаходження похідної елементарних функцій з використанням інтерактивної вправи «Пінг-понг». Викладач називає функцію, кидає м’яча студенту, той дає відповідь.

Викладач: Назвіть похідні даних функцій: *y = 5x; y = 8; y = 5x+3; y = 7-2x; у=х2; у=х3; у=4х5…*

Очікувана відповідь: *5; 0; 5; -2; 2х; 3х2; 20х4…*

* + 1. Повторення геометричного змісту похідної. Фронтальне опитування.

Викладач: В чому полягає геометричний зміст похідної ?

Очікувана відповідь: Значення похідної функції у = f(x) в точці xo до­рівнює кутовому коефіцієнту дотичної до графіка функції в точці з абсцисою xo : *f'(xo) = k = tg α.*

Викладач: Для яких кутів від 0° до 180° тангенс приймає додатне (від’ємне) значення?

Очікувана відповідь: Для гострих додатне (для тупих від’ємне).

* + 1. Повторення правил розв’язування нерівностей: лінійних, вищих степенів. Фронтальне опитування.

Розв’яжіть нерівність: *2x>0; -2x>0; (x-3)(x+2)<0; x2-16>0.*

Очікувана відповідь: *х*$\in $*(0;*$+\infty $*); х*$\in $*(-*$\infty ;$*0); х*$\in $*(-2; 3); х*$\in $*(-*$ \infty $ *;-4)*$∪$*(4;*$+\infty $*).*

* + 1. Підведення підсумків актуалізації опорних знань студентів. розповідь викладача.
	1. Вивчення нового матеріалу. 40 хв.

2.4.1. План вивчення.

1. Ознака сталості, зростання, спадання функції. Приклади.

2. Поняття критичної точки. Приклади.

3. Алгоритм дослідження функції на монотонність. Приклади.

2.4.2. Ознака сталості, зростання, спадання функції. Приклади. Розповідь викладача з використанням евристичної бесіди.

Викладач: Відомо, що функція *y = f(x)* називається зростаючою на деякому проміжку, якщо для будь-яких *х1* і *х2*, що належать проміжку, із умови *х2 >х1* випливає, що *f(x2) > f(x1)*.

Дотична в кожній точці графіка зростаючої функції, як видно з рис.4, утворює з додатним напрямом осі ОХ або гострий кут, або кут, що дорівнює нулю (в останньому випадку дотична паралельна осі ОХ).

Виходячи із геометричного змісту похідної: *tg* α *= f ´(x0),* це означає, що похідна в кожній точці проміжку невід’ємна, тому для зростаючої функції *f(x)* виконується умова: .

Функція *y = f(x)* називається спадною на проміжку, якщо для будь-яких *х1* і *х2*, що належать цьому проміжку, із умови *х2 >х1* випливає, що *f(x2) < f(x1)*. Дотична в кожній точці графіка спадної функції (рис. 5) утворює з віссю *ОХ* або тупий кут, або кут, що дорів­нює нулю, тому для функції *f(x),* яка спадає на деякому проміжку, вико­нується умова *f '(x)* $\leq $*0.*

На рис. 6 видно також, що одна і та ж функція може на одному про­міжку області її визначення зростати, а на іншому *—* спадати. Характер по­ведінки функції на кожному із цих проміжків визначається знаком її по­хідної.

Отже, наочне уявлення дозволяє сформулювати властивості зроста­ючих та спадних функцій.

Якщо функція *у* = *f(x)* диферен­ційована і зростає на деякому про­міжку, то її похідна на цьому про­міжку невід'ємна.

Якщо функція *у = f(x)* диференційована і спадає на деякому проміжку, то її похідна на цьому проміжку недодатна.

Проте для розв'язування задач особливо важливими є обернені твердження, які ви­ражають ознаки зростання і спадання функ­ції на проміжку. Доведення цих тверджень розглянути самостійно [1, c.137] (Додаток Г).

Якщо *f ´(x)* $>$ 0 на проміжку, то функція *f(x)* зростає на цьому проміжку.

Якщо *f ´(x)* $<$0 на проміжку, то функція *f(x)* спадає на цьому проміжку.

Ці два твердження називаються ознака­ми зростання (спадання) функції на про­міжку.

Також існує і ознака сталості функції:

Якщо *f ´(x)* = 0 в усіх точках проміжку, то функція *f(x)* стала на цьому проміжку.

Приклад 1. Знайти проміжки зростання функції *у = 3х2-12х.*

Розв’язання

 *у' =6х-12.* Розв’яжемо нерівність *6х-12>0, х>2.* Якщо на кінцях проміжку зростання або спадання функція неперервна, то їх можна приєднати до цього проміжку.

Відповідь: *х*$\in $*[2;*$+\infty $*)*

* + 1. Поняття критичної точки. Приклади. Розповідь викладача, залучення студентів при розгляданні прикладів.

Викладач: Критичними точками функції називаються внутрішні точки її області визначення, в яких похідна функції дорівнює нулю або не існує.

Внутрішні точки області визначення – це точки, що належать області визначення разом з деяким своїм околом.

Щоб знайти критичні точки функції, треба розв’язати рівняння: *f '(х) = 0.*

Приклад 2. Знайти критичні точки *f(x)=3x2-x3.*

Розв’язання

*f '(x)=6x-3x2; 6x-3x2=0; 3x(2-x)=0; x=0* або *x=2.*

Відповідь: *х1=0, х2=2.*

* + 1. Алгоритм дослідження функції на монотонність. Приклади. Розповідь викладача з залученням студентів.

Викладач: Для знаходження проміжків зростання і спадання функції потрібно розв’язати нерівності *f ´(x)*$>$*0* і *f ´(x)*$<$*0* на області визначення функції *f(x)*. Оскільки *f ´(x)* теж можна розглядати як функцію від змінної *х*, то для розв’язування цих нерівностей можна використати метод інтервалів, точніше, його узагальнення, що спирається на твердження, яке в курсах математичного аналізу звичайно називають теоремою Дарбу: *точки, у яких похідна дорівнює нулю або не існує, розбивають область визначення функції f(x) на проміжки, у кожному з яких f ´(x) зберігає сталий знак.*

 Знаходження проміжків зростання та спадання функції можна виконувати за таким планом:

1. Знайти область визначення заданої функції *у = f(x).*

2. Знайти похідну *f '(x).*

3. Знайти критичні точки.

4. Відмітити знайдені точки на області визначення, визначити знак похідної на кожному проміжку.

5. Указати проміжки зростання (*f '(x)* $>$0) та спадання функції (*f '(x)* **<**0).

Приклад 3. Знайдіть проміжки монотонності функції *у* = *х3 - 3х2.*

# Розв'язання

1*.* Область визначення функції: *D(y)* = *R.*

2*.* Знаходимо похідну *у' = 3х2 -**6х.*

3*.* Знаходимо критичні точки: 3*х2 - 6х = 0, 3х(х - 2)* = 0, *х* = 0 або *х* = 2. Наносимо на координатну пряму (рис. 7) нулі похідної і ви­значаємо знаки похідної на кожному проміжку.

4. *у' > 0* в кожному із проміжків *(-**; 0); (2;* +), отже, функція на цих проміжках зростає.

 *у' < 0* на проміжку (*0; 2),* отже, функція на цьому проміжку спадає.

Враховуючи, що в точках 0 і 2 функція неперервна, отримуємо відповідь.

Відповідь: функція зростає на кожному із проміжків *(-**; 0]; [2;* +), спадає на проміжку *[0; 2].*

* + 1. Підведення підсумків вивчення нового матеріалу. Розповідь викладача.
	1. Осмислення та закріплення отриманих знань та умінь студентів. 15 хв.

2.5.1. Колективне розв’язування задачі.

Задача 1. Дослідити функцію $y=x^{3}-9x^{2}+3$ на монотонність.

Розв’язання.

1*.* Область визначення функції: *D(y)* = *R.*

2*.* Знаходимо похідну *у' = 3х2 –**18х.*

**3*.* Знаходимо критичні точки: 3*х2 – 18х= 0, 3х(х – 6)*= 0, *х* = 0 або *х* = 6. Наносимо на координатну пряму (рис. 8) нулі похідної і ви­значаємо знаки похідної на кожному проміжку.

4. *у'* $>$ *0* в кожному із проміжків *(-**; 0); (6;* +), отже, функція на цих проміжках зростає.

 *у'* $<$ *0* на проміжку *(0; 6),* отже, функція на цьому проміжку спадає.

Враховуючи, що в точках 0 і 6 функція неперервна, отримуємо відповідь.

Відповідь: функція зростає на кожному із проміжків *(-**; 0]; [6;* +), спадає на проміжку *[0; 6].*

2.5.2. Самостійне розв’язування задачі. Робота в парах.

Задача 2. Дослідити функцію *у=х3-27х* на монотонність (Додаток Д).

* + 1. Графічний диктант «Так чи ні?».

*«Хоч слова «так» і «ні» короткі,*

*все ж вони вимагають серйозних роздумів».*

*Піфагор*

Викладач: За даним графіком визначити правильне твердження чи ні.

Студенти креслять ламану вершиною вгору, якщо твердження правильне, і пряму лінію, якщо неправильне.(Додаток Е).

Твердження для диктанту:

1. Нулі функції: у= -3.
2. На проміжку (-5; 5) *f*  '(х) > 0.
3. Дана функція парна.
4. На проміжку ( 5; 11)   *f*  '(х) < 0.
5. Функція зростає на проміжку [-6; 0].
6. Дана функція має три критичні точки: -5, -3, 5.
7. Функція cпадає на проміжках [-11; -5] і [ 5; 11].

2.6. Підсумки заняття. 3 хв.

2.6.1. Запитання до групи:

* Чи досягли мети заняття?
* Чи виконали всі завдання заняття?

2.6.2. Рефлексія.

Застосовуючи прийом «Пінг-понг», студенти продовжують фрази:

* Я навчився…
* Я зрозумів…
* Я закріпив…
* Я повторив…
* Я зміг…
* Мені вдалося…

2.6.3. Виставлення оцінок.

2.7. Домашнє завдання. 2 хв.

 *«Як крапля розбиває камінь не силою,*

 *а частим падінням, так і людина*

*стає вченою частим учінням».*

*Дістервег.*

* Вивчити алгоритм дослідження функції на монотонність.
* Диференційоване завдання: довести ознаки монотонності і сталості функції.
* Знайти цікаві сторінки із життя І.Ньютона і Г.Лейбніца.
* Розв’язати № 949(а), 985(б) [3].

Викладач: Я хочу вам побажати, щоб у вас була лише позитивна похідна, щоб знання ваші тільки зростали. Дякую за заняття!

**Література**

1. О.М.Афанасьєва, Я.С.Бродський, О.Л.Павлов. Математика. К.: «Вища школа», 2002.- 447 с.
2. Є.П.Нелін, О.Є.Долгова. Алгебра і початки аналізу, 11 клас. Харків: «Світ дитинства», 2005. – 392 с.
3. Г.Н.Литвиненко. Збірник завдань для атестації з математики учнів 10-11 кл. Харків: ББН, 2000.-164с.
4. Н.Бурбаки. Очерки по истории математике. М: КомКнига, 2007.-232с.
5. Г.И.Глейзер. История математики в школе. М: Просвещение, 1964.-304с.
6. Л.Д.Кудрявцев. Краткий курс математического анализа. Дифференциальное и интегральное исчисления функции одной переменной. Ряды. – М. : Физматлит, 2005. – 400 с.
7. С. Т. Завало. Елементи аналізу. Алгебра многочленів. Київ: Радянська школа, 1972.-440с.

**ДОДАТКИ**

Додаток А

**Ключ до «Лінгвістичної гри».**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 1 | Диференціюванням називається | П | знаходження похідної функції. |
| 2 | Нулями функції називаються | О | абсциси точок перетину графіка з віссю ОХ. |
| 3 | Функція називається зростаючою, якщо більшому значенню аргумента відповідає | Х | більше значення функції. |
| 4 | Функція називається сталою на проміжку, якщо вона приймає | І | одне й те ж саме значення на всьому проміжку. |
| 5 | Функція називається спадною, якщо більшому значенню аргумента відповідає | Д | менше значення функції. |
| 6 | Фізичний зміст похідної: похідна функції в заданій точці – це | Н | швидкість зміни функції в заданій точці. |
| 7 | Область визначення функції – це | А | множина значень, яких набуває аргумент. |

Додаток Б

**Розв’язання домашнього завдання.**

№ 940(а) Точка рухається за законом $S\left(t\right)=2+20t-5t^{2}$. Знайти миттєву швидкість в момент $t$=1с (відстань вимірюється в метрах).

Розв’язання

*v(t)*=$ S'\left(t\right)$= 20 -10$ t$; *v(1)* = 20 -10 = 10(м/с).

Відповідь: 10(м/с).

№975(а) Точка рухається за законом $S\left(t\right)= \frac{1}{4}t^{4}$- $\frac{1}{3}t^{3}+ \frac{1}{12}t^{2}+7t+12$. Знайти швидкість і прискорення точки через 2с після початку руху (відстань вимірюється в метрах).

Розв’язання

*v(t)*=$ S'\left(t\right)=\frac{1}{4}∙4t^{3}$- $\frac{1}{3}∙3t^{2}+ \frac{1}{12}∙2t+7= t^{3}$- $t^{2}+ \frac{1}{6}∙t+7$; *v(2)*=$ 2^{3}$- $2^{2}+ \frac{1}{6}∙2+7$= 8 – 4 + $\frac{1}{3}$ + 7 = 11$\frac{1}{3}$(м/с).

*a(t)=*$ S''\left(t\right)$*= v*$'$*(t)= 3*$t^{2}$- $2t+ \frac{1}{6}$; *a(2)= 3*$∙2^{2}$- $2∙2+ \frac{1}{6}=12-4+\frac{1}{6} $ = 8$\frac{1}{6}(м/с^{2})$.

Відповідь: 11$\frac{1}{3}$ м/с; 8$\frac{1}{6}м/с^{2}$.

Додаток В

**Засновники теорії диференціального числення. Цікаві сторінки історії.**

Найбільший внесок в розвиток диференціального числення внесли Ньютон і Лейбніц. Повчальні факти із їх біографії.

**Англійський вчений Ісаак Ньютон** народився 4 січня 1643 року  в родині бідного фермера. Батько помер ще до народження сина. Ісак був кволою дитиною і ніхто не вірив у те, що він житиме. У 12 років його віддали до найближчої міської школи. Спочатку хлопчик учився дуже погано і невідомо, як склалася б його доля, якби не випадок, що трапився з ним у школі. Один із його однолітків під час суперечки побив Ісака. Він дуже переживав, що не може відплатити, бо кривдник був набагато сильнішим. Тоді Ньютон вирішив зробити інакше: перевершити суперника у навчанні. Невдовзі наполегливою працею він досяг своєї мети: вчителі визнали  його найкращим учнем школи. А згодом Ньютон став геніальним вченим. У повсякденному житті він дотримувався суворого режиму. Цим він загартував свій організм і до 80 років був міцним і здоровим.

**Німецький вчений Готфрід Вільгельм Лейбніц** народився 1 липня 1646 року в сімʼї професора Лейпцігського університету.  Ще до школи малий так захопився читанням, що зовсім покинув дитячі ігри і з ранку до вечора не виходив із бібліотеки.

Самотужки вивчив латинську і грецьку  мову. В 14 років закінчив школу і вступив до університету. В 16 років отримав ступінь бакалавра, а в 17 років – магістра, а у 18 років – став доктором наук .

Додаток Г

**Ознаки монотонності і сталості функції.**

Теорема 1.(ознака монотонності функції)

Якщо похідна функції в усіх точках проміжку додатна, то функція зростає на цьому проміжку; якщо похідна функції в усіх точках проміжку від’ємна, то функція спадає на цьому проміжку.

Доведення**.**  Нехай *f '(x)* $>$ 0 на інтервалі *(a;b)* і *х1, х2 –* довільні точки цього інтервалу, *х2>х1.* Тоді за формулою Лагранжа *f(x2)-f(x1)= f ´(c)( х2- х1)>0 (х1<c<х2)* , оскільки *f '(с)* $>$ 0  і *х2 - х1 >*0. Тобто *f(x2)*$ >$ *f(x1).* Отже, функція *f(x)*  зростає на проміжку *(a;b)* .

Аналогічно доводиться ознака спадання функції.

Теорема 1.(ознака сталості функції)

Якщо похідна функції в усіх точках проміжку дорівнює нулю, то функція стала на цьому проміжку.

Доведення. Нехай *f '(x)* = 0 на інтервалі *(a;b)* і *х1, х2 –* довільні точки цього інтервалу, *х2>х1.* Тоді за формулою Лагранжа *f(x2)-f(x1)= f ´(c)( х2- х1)=0 (х1<c<х2)* , оскільки *f '(с)* = 0 . Тобто *f(x2)= f(x1).* Отже, функція *f(x)*  стала на проміжку *(a;b)* .

Додаток Д

**Осмислення та закріплення отриманих знань та умінь студентів.**

Задача 2. Дослідити функцію *у=х3-27х* на монотонність*.*

# Розв'язання

1*.* Область визначення функції: *D(y)* = *R.*

2*.* Знаходимо похідну *у' = 3х2 -**27.*

3*.* Знаходимо критичні точки: 3*х2 - 27 = 0, 3(х - 3)(х+3)* = 0, *х* = -3 або *х* = 3. Наносимо на координатну пряму (рис. Д.1) нулі похідної і ви­значаємо знаки похідної на кожному проміжку.

4. *у' > 0* в кожному із проміжків *(-**; -3); (3;* +), отже, функція на цих проміжках зростає.

 *у' < 0* на проміжку (*-3; 3),* отже, функція на цьому проміжку спадає.

Враховуючи, що в точках -3 і 3 функція неперервна, отримуємо відповідь.

Відповідь: функція зростає на кожному із проміжків *(-**; -3]; [3;* +), спадає на проміжку *[-3; 3].*

Додаток Е

**Ключ до графічного диктанту «Так чи ні?».**

Твердження для диктанту:

1. Нулі функції: у= -3.
2. На проміжку (-5; 5) *f*  '(х) > 0.
3. Дана функція парна.
4. На проміжку ( 5; 11)   *f*  '(х) < 0.
5. Функція зростає на проміжку [-6; 0].
6. Дана функція має три критичні точки: -5, -3, 5.
7. Функція cпадає на проміжках [-11; -5] і [ 5; 11].

Очікувана відповідь:



Додаток Ж

**Апробація методичної розробки**

Запропоноване лекційне заняття пройшло апробацію в групах КВ-15-1/9 та ОТ-15-1/9. Заняття в групі КВ-15-1/9 було відкритим. Його відвідали 7 викладачів коледжу.

Аналізуючи проведене заняття, слід відмітити, що його зміст відповідає робочій навчальній програмі. Всі етапи лекції пройшли відповідно плану: ретельно проведено перевірку домашнього завдання; під час актуалізації опорних знань використані активні та інтерактивні методи, які постійно активізували пізнавальну діяльність студентів і надали можливості ретельно підготувати їх до засвоєння нового матеріалу; доступно, чітко та динамічно, із залученням студентів до колективної пізнавальної діяльності був проведений етап викладання нового теоретичного матеріалу; домашнє завдання було конкретним, диференційованим, творчим, були визначені основні та допоміжні джерела.

Зміна форм і методів роботи не дала можливості студентам сумувати, і зробила заняття цікавим.

Поставлена дидактична та виховна мета заняття досягнута.

