**Тема: Полярна система координат**

План

1. Поняття полярної системи координат та її важливість.
2. Формули переходу від полярної системи координат до декартової.

Література

1. В.В. Пак, Ю.Л. Носенко «Вища математика» підручник - Д.: «Видавництво Сталкер» 2006р.

2. Дубовик В.П., Юрик І.І. «Вища математика» Навч. Посібник - К.:А.С.К., 2011р. – 648с.

3. Коваленко І.П. «Вища математика» Навч. Посібник – К. Вища шк.., 2006. – 343с.

4. [www.mathurok.com](http://www.mathurok.com)

Питання для самоконтролю

1. Що називається полярною системою координат?
2. Що називаєтьсяполярним кутом або [азимутом](https://uk.wikipedia.org/wiki/%D0%90%D0%B7%D0%B8%D0%BC%D1%83%D1%82)?
3. Дайте означення полюсу.
4. Що означає радіальна координата?
5. Назвіть формули переходу від декартової системи координат до полярної.
6. Назвіть формули переходу від полярної системи координат до декартової.

Завдання для самоконтролю

Вивчити означення. Знайти полярні координати точки, якщо її декартові координати (

1. **Поняття полярної системи координат та її важливість.**

**Полярна система координат** — двовимірна [система координат](https://uk.wikipedia.org/wiki/%D0%A1%D0%B8%D1%81%D1%82%D0%B5%D0%BC%D0%B0_%D0%BA%D0%BE%D0%BE%D1%80%D0%B4%D0%B8%D0%BD%D0%B0%D1%82), в якій кожна [точка](https://uk.wikipedia.org/wiki/%D0%A2%D0%BE%D1%87%D0%BA%D0%B0) на [площині](https://uk.wikipedia.org/wiki/%D0%9F%D0%BB%D0%BE%D1%89%D0%B8%D0%BD%D0%B0" \o "Площина) визначається двома числами — [кутом](https://uk.wikipedia.org/wiki/%D0%9A%D1%83%D1%82) та [відстанню](https://uk.wikipedia.org/wiki/%D0%92%D1%96%D0%B4%D1%81%D1%82%D0%B0%D0%BD%D1%8C" \o "Відстань). Полярна система координат особливо корисна у випадках, коли відношення між точками найпростіше зобразити у вигляді відстаней та кутів; в більш поширеній, [декартовій](https://uk.wikipedia.org/wiki/%D0%94%D0%B5%D0%BA%D0%B0%D1%80%D1%82%D0%BE%D0%B2%D0%B0_%D1%81%D0%B8%D1%81%D1%82%D0%B5%D0%BC%D0%B0_%D0%BA%D0%BE%D0%BE%D1%80%D0%B4%D0%B8%D0%BD%D0%B0%D1%82" \o "Декартова система координат), або прямокутній системі координат, такі відношення можна встановити лише шляхом застосування [тригонометричних](https://uk.wikipedia.org/wiki/%D0%A2%D1%80%D0%B8%D0%B3%D0%BE%D0%BD%D0%BE%D0%BC%D0%B5%D1%82%D1%80%D1%96%D1%8F" \o "Тригонометрія) рівнянь.

Полярна система координат задається [променем](https://uk.wikipedia.org/wiki/%D0%9F%D1%80%D0%BE%D0%BC%D1%96%D0%BD%D1%8C_(%D0%B3%D0%B5%D0%BE%D0%BC%D0%B5%D1%82%D1%80%D1%96%D1%8F)" \o "Промінь (геометрія)), який називають *нульовим* або *полярною віссю*. Точка, з якої виходить цей промінь називається *початком координат* або *полюсом*. Будь-яка інша точка *P* на площині визначається двома полярними координатами *r* і φ: радіальною та кутовою. Радіальна координата (зазвичай позначається *r* {\displaystyle r}) відповідає відстані від точки *P* до початку координат. Кутова координата, що також зветься *полярним кутом* або [азимутом](https://uk.wikipedia.org/wiki/%D0%90%D0%B7%D0%B8%D0%BC%D1%83%D1%82) і позначається φ, дорівнює куту, утвореному променем *0P* з додатним напрямком осі 0*x*  (полярною віссю).

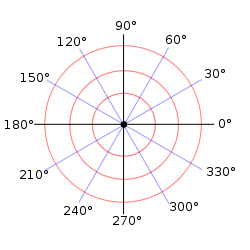
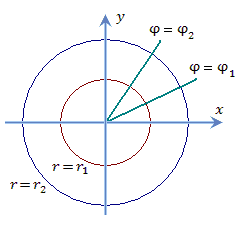
Визначена таким чином радіальна координата може приймати значення від нуля до нескінченості, а кутова координата змінюється в межах від 0° до 360°. Однак, для зручності область значень полярної координати можна

Рис.1. Полярна сітка на якій відкладено декілька кутів з позначками в градусах.

розширити за межі повного кута, а також дозволити їй приймати від'ємні значення, що відповідатиме повороту полярної осі за годинниковою стрілкою.

Кути в полярних координатах задаються або в градусах, або в [радіанах](https://uk.wikipedia.org/wiki/%D0%A0%D0%B0%D0%B4%D1%96%D0%B0%D0%BD" \o "Радіан), при цьому 2[π](https://uk.wikipedia.org/wiki/Pi) rad = 360°. Вибір, зазвичай, залежить від області застосування. В навігації традиційно використовують градуси, в той час як у деяких розділах фізики, та майже у всіх розділах математики використовують радіани

Однією з важливих особливостей полярної системи координат є те, що одна й та сама точка може бути представлена нескінченною кількістю способів. Це відбувається тому, що для визначення азимута точки потрібно повернути полярну вісь таким чином, щоб він вказував на точку. Але напрям на точку не зміниться, якщо здійснити довільне число додаткових повних обертів.

Координатними лініями в полярній системі координат є концентричні кола http://portal.tpu.ru/SHARED/k/KONVAL/Sites/Russian_sites/ComplexN/004_files/011.png  і промені http://portal.tpu.ru/SHARED/k/KONVAL/Sites/Russian_sites/ComplexN/004_files/012.png.  
Рис.2 Координатні лінїї в полярній системі координат.

Наприклад, точка з координатами (3, 60°) виглядатиме на графіку як точка на промені, який лежить під кутом 60° до полярної осі, на відстані 3 одиниць від полюсу. Точка з координатами (−3, 240°) буде намальована на тому ж місці, оскільки від'ємна відстань зображається в додатну в протилежному напрямі (на 180°).

1. **Формули переходу від полярної системи координат до декартової.**

Полярні координати http://portal.tpu.ru/SHARED/k/KONVAL/Sites/Russian_sites/ComplexN/004_files/001.pngточки пов'язані з її декартовими прямокутними координатамиhttp://portal.tpu.ru/SHARED/k/KONVAL/Sites/Russian_sites/ComplexN/004_files/002.png простими співвідношеннями:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| http://portal.tpu.ru/SHARED/k/KONVAL/Sites/Russian_sites/ComplexN/004_files/003.png |  |  | http://portal.tpu.ru/SHARED/k/KONVAL/Sites/Russian_sites/ComplexN/004_files/004.png  http://portal.tpu.ru/SHARED/k/KONVAL/Sites/Russian_sites/ComplexN/004_files/005.png  http://portal.tpu.ru/SHARED/k/KONVAL/Sites/Russian_sites/ComplexN/004_files/006.png  http://portal.tpu.ru/SHARED/k/KONVAL/Sites/Russian_sites/ComplexN/004_files/007.png |  | http://portal.tpu.ru/SHARED/k/KONVAL/Sites/Russian_sites/ComplexN/004_files/008.png  http://portal.tpu.ru/SHARED/k/KONVAL/Sites/Russian_sites/ComplexN/004_files/009.png  або  http://portal.tpu.ru/SHARED/k/KONVAL/Sites/Russian_sites/ComplexN/004_files/010.png |

Для обчислення φ в інтервалі (−π, π], можна скористатись такими рівняннями:



**Приклади**

1. Нехай  http://portal.tpu.ru/SHARED/k/KONVAL/Sites/Russian_sites/ComplexN/004_files/014.png и  *y* = 1  – прямокутні координати точки *P*, розташованої в площині x0y. Тоді її полярні координати рівні *r* = 2  і http://portal.tpu.ru/SHARED/k/KONVAL/Sites/Russian_sites/ComplexN/004_files/015.png. Це означає, що точка P розташована на промені, що утворює кут http://portal.tpu.ru/SHARED/k/KONVAL/Sites/Russian_sites/ComplexN/004_files/016.png з додатним напрямком осі 0x, на відстані двох одиниць від початку координат.
2. Нехай  *r* = 4  и  http://portal.tpu.ru/SHARED/k/KONVAL/Sites/Russian_sites/ComplexN/004_files/017.png – полярні координати точки. Тоді її декартові координати дорівнюють http://portal.tpu.ru/SHARED/k/KONVAL/Sites/Russian_sites/ComplexN/004_files/018.png і http://portal.tpu.ru/SHARED/k/KONVAL/Sites/Russian_sites/ComplexN/004_files/019.png.