**Тема: Диференціал функції, його геометричний зміст. Застосування диференціала до наближених обчислень.**

План

1. Поняття диференціалу функції.
2. Правила знаходження диференціала.
3. Геометричний зміст диференціала .
4. Застосування диференціала в наближених обчисленнях.

Література

1. Дубовик В.П., Юрик І.І. Вища математика: Навч. посібник - К.:А.С.К., 2011р. – 648с.

 2. Пак В.В., Носенко Ю.Л. Вища математика: Підручник - Д.:

 Видавництво Сталкер 2006р.

3. Коваленко І.П. Вища математика: Навч. посібник – К. Вища шк.., 2006. – 343с.

4. [www.mathurok.com](http://www.mathurok.com)

Питання для самоконтролю

1. Що називається диференціалом функції однієї змінної?
2. Чому дорівнює диференціал аргументу цієї функції?
3. Як обчислити диференціал функції?
4. В чому полягає геометричний зміст диференціалу функції?
5. За яких умов можна вважати, що приріст функції наближено дорівнює її диференціалу: Δ*у ≈ dy*?
6. Які Ви знаєте застосування до наближених обчислень?
7. Як виконати обчислення наближеного значення приросту функції?

Завдання для самоконтролю

Вивчити означення.

Знайти диференціал функції *у=х2sinx*, функції *y=*$\sqrt{x^{2}+3x+5 }$ у точці *х=1*, якщо $∆x$*=0,5*.

Обчислити наближено значення функції: *f(x)=* $\sqrt{x }$ у точці х=4,05.

1. **Поняття диференціалу функції.**

Нехай функція  має в даній точці  скінченну похідну . Тоді , де , якщо . Звідки

.

Якщо   нескінченно малий приріст, то доданок  є нескінченно малим вищого порядку, ніж доданок  і якщо , то  і  нескінченно малі одного порядку.

**Означення 1.**  **Якщо функція  має похідну  в точці , то вираз  називається *диференціалом* (differential) функції в цій точці і позначається символом .**

Тобто,  (1)

***Зауваження.*** Диференціал функції  в даній точці є головною лінійною частиною приросту функції, пропорційною приросту аргументу з коефіцієнтом пропорційності :

.

Диференціал незалежної змінної ототожнюється з її приростом, тобто

, оскільки $dy(x\_{0})$=*dx=x*'$∆x$=$∆x$

Для будь-якої диференційованої в точці *х* функції  формулу (1) можна записати так:

.

Звідки отримаємо, що

****,                                            (2)

тобто похідну можна розглядати як відношення двох диференціалів.

**Приклад 1.** Знайти диференціали функцій:

1) ; 2) y=sin 2x; 3) ; 4) ; 5) .

Розв’язання

1) ;

2) ;

3) ;

4) 

1. **Правила знаходження диференціала**

З правил знаходження похідної випливають правила знаходження диференціала. Якщо функції ,  диференційовані в точці *х*, то

1. .
2. .
3. , де .
4. , .
5.  **Геометричний зміст диференціала** (geometric sense of differential)

|  |
| --- |
| Нехай http://posibnyky.vntu.edu.ua/m_a/page16_files/image036.png, http://posibnyky.vntu.edu.ua/m_a/page16_files/image1400.png та існує http://posibnyky.vntu.edu.ua/m_a/page16_files/image1594.png. За означенням диференціала http://posibnyky.vntu.edu.ua/m_a/page16_files/image1595.png.Скористаємося геометричним змістом похідної: http://posibnyky.vntu.edu.ua/m_a/page16_files/image1597.png.З трикутника http://posibnyky.vntu.edu.ua/m_a/page16_files/image1598.png маємо: http://posibnyky.vntu.edu.ua/m_a/page16_files/image1599.png або http://posibnyky.vntu.edu.ua/m_a/page16_files/image1600.png. Але http://posibnyky.vntu.edu.ua/m_a/page16_files/image1601.png, тому http://posibnyky.vntu.edu.ua/m_a/page16_files/image1602.png.Отже, **диференціал функції http://posibnyky.vntu.edu.ua/m_a/page16_files/image036.png в точці http://posibnyky.vntu.edu.ua/m_a/page16_files/image1564.png визначає приріст ординати дотичної до кривої в точці http://posibnyky.vntu.edu.ua/m_a/page16_files/image1420.png при переході від абсциси http://posibnyky.vntu.edu.ua/m_a/page16_files/image1564.png до абсциси http://posibnyky.vntu.edu.ua/m_a/page16_files/image1603.png**. |

1. **Застосування диференціала в наближених обчисленнях**

З означення похідної функції в точці  випливає, що її приріст  можна подати у вигляді: , де , якщо .

Отже, при малих  має місце наближена рівність:

, тобто .

Звідки

.                 (3)

Формула (3) дозволяє знаходити наближене значення функції  в точці , якщо відомі значення  і 

**Приклад 2.** Наближено обчислити значення $\sqrt{9,02}$.

 За формулою (3): , отримаємо, що: *f(x)*=$ \sqrt{x}$,

 Розв’язання.

*f(x1)* =  *f(*9,02*)*, *f(x0)* =  *f(*9*)*=$\sqrt{9}$ = 3, *f’(x0)* = $\frac{1}{2\sqrt{x\_{0}}}=\frac{1}{2\sqrt{9}}=\frac{1}{6}$,$∆x$*=* 0,02.

*f(*9,02*)* $≈$ 3 + $\frac{1}{6}∙$ 0,02 = 3 + $\frac{1}{300}$ $≈$ 3,0033.

**Приклад 3.**

Знайдіть наближене значення функції  у точці 2,01.

Розв’язання.

  *f(x1)* =  *f(*2,01*)*, *)*, *f(x0)* =  *f(*2*)* = 40 – 4 +10 + 4 = 50,  *f’(x)* = 15$x^{2}$- 2*x* +5, *f’(*2*)* = 60 – 4 +5 = 61, $∆x$*=* 0,01.

 *f(*2,01*)* $≈$ 50 + 61$∙$ 0,01 = 50, 61.