**Тема: Найпростіші диференціальні рівняння.**

1. Поняття диференціального рівняння та його порядку.

В математиці приходиться розглядати рівняння, в яких невідомими є функції. Так задача про знахо­дження шляху *S(t)* за заданою швидкістю *v(t)* зводиться до розв'я­зування рівняння *S'(t)* = *v*(*t*), де *v*(*t*) — задана функція, a S(*t*) — шукана функція. Наприклад, якщо *v(t)* = 3 – 4*t*, то для знахо­дження *S(t)* треба розв'язати рівняння *S'(t)* = 3-4*t*.

Це рівняння містить похідну невідомої функції. Такі рівнян­ня називаються диференціальними рівняннями.

***Означення 1.***  Рівняння, що містить незалежну змінну, шукану функцію та її похідні називається диференціальним рівнянням (наявність похідних тут обов’язкова).

Такі рівняння мають вигляд

*f(x,y,y',y'',…)=0* (1)

***Означення 2.*** Найбільший порядок похідної, яка входить в диференціальне рівняння (1) називається порядком диференціального рівняння.

Наприклад,

а) у '+2у = sinx - рівняння I порядку;

б) у"+ytgx = 0 -рівнянняII порядку; в) у "'+у "=уу'- рівняння III порядку

1. Загальний розв’язок диференціального рівняння. Приклади.

***Означення 3***. Розв’язком диференціального рівняння називають будь-яку функцію, яка при підстановці її в рівняння перетворює його в тотожність. Розв 'язки диференціальних рівнянь шукають за допомогою інтегрування.

Задача про розв’язування найпростішого диференціального *рівняння y'=f(x)* зводиться до знаходження невизначеного інтеграла від функції *f:*

*y=*

де F – деяка первісна функції *f*, с- довільна стала

***Задача 1.*** Розв'яжіть диференціальне рівняння *у'=2х+1.*

# Розв'язання

Треба знайти функцію *у(х),* похідна якої дорівнює *2х* + 1, тобто, знайти первісну функції *2х +* 1. Отже

*у* = *= x2 + x* + С, де С — довільна постійна.

*Відповідь: у* = *x*2 + *x + С.*

Розв'язок диференціального рівняння визначається неодноз­начно, з точністю до постійної.

1. Знаходження частинного розв’ язку - задача Коші. Приклади.

Як правило до диференціального рівняння додається умова, із якої ця постійна визначається.

***Задача 2.*** Знайдіть розв'язок диференціального рівняння *у'* = *sin x*, що задовольняє умові *у*(0) = 0.

# Розв'язання

Знайдемо всі розв'язки цього рівняння:

*у =*  *= – cos x + С.*

Із умови *у(0)* = 0 маємо 0 = – cos 0 + С; С = 1. Отже, розв'язком даного рівняння, що задовольняє умові

*у*(0) = 0 є *у* = 1- cos *x.*

*Відповідь: у* = 1- *cos x.*

**Домашнє завдання**

1. Знайдіть загальний розв’язок рівняння: а) *у'=-4х;б) у'=5cosx;в) y*'=*1-2х*
2. Знайти розвязок рівняння, що задовольняють початковим умовам: а) *y*' = sin*x*, *y*(0) = 0;б) *у’ = 2x+ 2-x;* *у*(0) = 0; в) *у'* = 3 cos 3*х* + 4 cos 4*х*, *y*(π) = 1.