**Тема 11.2. Прямокутні координати в просторі.**

1. **З історії.** У загальноосвітньому курсі вивчається прямокутна система координат на площині і в просторі. Інакше її називають декартовою системою координат по імені французького вченого філософа Рене Декарта (1596 - 1650), який вперше ввів координати в геометрію.

Рене Декарт народився в 1596 р в місті Лае на півдні Франції, в дворянській сім'ї. Батько хотів зробити з Рене офіцера. Для цього в 1613 році він відправив Рене в Париж. Багато років довелося Декарту пробути в армії, брати участь у військових походах в Голландії, Німеччині, Угорщині, Чехії, Італії, в облозі фортеці гугенотів Ла-Роша. Але Рене цікавила філософія, фізика і математика. Незабаром після приїзду в Париж він познайомився з учнем Вієта, видатним математиком того часу - Мерсенном, а потім і з іншими математиками Франції. Будучи в армії, Декарт весь свій вільний час віддавав занять математикою. Він вивчив алгебру німецьких, математику французьких і грецьких вчених.

Після взяття Ла-Рошалі в 1628 р Декарт йде з армії. Він веде відокремлений спосіб життя з тим, щоб реалізувати намічені великі плани науковця.

Філософські погляди Декарта не відповідали вимогам католицької церкви. Тому він переселився до Голландії, де прожив 20 років, з 1629 по 1649 року, але через гоніння протестантської церкви в 1649 р переїхав до Стокгольма. Але суворий північний клімат Швеції виявився для Декарта згубним, і він помер від застуди в 1650 р.

Декарт був найбільшим філософом і математиком свого часу. В основі його філософії лежав матеріалізм. Найвідомішим працею Декарта є його "Геометрія". Декарт ввів систему координат, якою користуються всі і в даний час. Він встановив відповідність між числами і відрізками прямої і таким чином ввів алгебраїчний метод у геометрії. Ці відкриття Декарта дали величезний поштовх розвитку як геометрії, так і інших розділів математики, оптики. З'явилася можливість зображувати залежність величин графічно на координатній площині, числа - відрізками і виконувати арифметичні дії над відрізками і іншими геометричними величинами, а також різними функціями. Це був абсолютно новий метод, який відрізнявся красою, витонченістю і простотою.

Свого часу Рене Декарт сказав: "... нащадки будуть вдячні мені не тільки за те, що я сказав, але і за те, що я не сказав і тим самим дав їм можливість і задоволення додуматися до цього самостійно".

## **Відомості про прямокутну систему координат**

2.1 Актуалізація опорних знань.

1. На координатній площині задано точки А, В, С, D, F, К (рис. 1). Визначте їх координати.
2. Побудуйте точки А (2; 3), B (-1; -2), C (0; -4), D (-3; 0).

2.2 Сприйняття і усвідомлення нового матеріалу

Аналогічну систему координат можна ввести і для простору. Нехай х, у, z — три попарно перпендикулярні координатні прямі, які перети­наються в точці О (рис. 2). Ці координатні прямі називаються координатними осями: вісь х, вісь у, вісь z або вісь абсцис, вісь ординат, вісь аплікат відповідно, точку О називають почат­ком координат.

Кожна вісь точкою О розбивається на дві півосі — додатну, позначе­ну стрілкою, і від'ємну.

Площини, які проходять через х і у, х і z, у і z, називають координат­ними площинами і позначають відповідно: ху, хz, уz. Координатні пло­щини розбивають весь простір на вісім частин, які називають октан­тами. Візьмемо довільну точку А і проведемо через неї площину, паралельну уz (рис. 3). Вона перетинає вісь х у деякій точці А1. Координатою х точки А називається число, яке дорівнює за абсолютною величиною довжині відрізка ОА1; додатне, якщо точка А1 лежить на додатній півосі х, від'ємне, якщо вона лежить на від'ємній півосі і дорівнює нулю, якщо точка А, збі­гається з точкою О. Аналогічно означаємо координати у і z точки А. Координати точки записуватиме­мо в дужках поряд із позначенням точки: А(х; у; z), інколи познача­тимемо точку просто її координата­ми (х; у; z).

Якщо задано систему координат у просторі, то кожній точці просто­ру можна поставити у відповідність три впорядковані дійсні числа х, у, z, і навпаки: кожній трійці чисел х, у, z — єдину точку простору.

**Якщо точка лежить на осі Ох, Оу, Оz, то відповідно х, у, z відмінні від 0, дві інші ж координати дорівнюють 0.**

**Якщо точка лежить на площині ху, хz, уz, то відповідно z, у, х дорівнюють 0.**

1. **Відстань між двома точками**

**Твердження. Квадрат відстані між двома точками дорівнює сумі квад­ратів різниць їх відповідних координат.**

Відстань між точками А(xA, уA, zA) і В(хB, yB, zB) обчислюється за формулою .

##### Розв'язування задач

1. Знайдіть відстань АВ, якщо А(-1; 3; -1), В(-1; 0; - 5). (Відповідь. АВ = 5.)

2. Знайдіть відстань від точки А(-1; 2; - 2) до початку координат.

(Відповідь. ОА = 3.)

3. Знайдіть периметр трикутника АВС, якщо А (7; 1; -5), В (4;-3;-4), C (1;3;-2). (Відповідь. 14 + .)

4. Чи лежать точки А, В, С на одній прямій, якщо А(3;2;2), В(1;1;1), С(-1;0;0)? (Відповідь. Так.)

5. На якій відстані від координатних площин і координатних осей розташована точка А (- 2; 3; 4) ?

(Відповідь. ААx = 5; ААy = 2; ААz = ; ААxy = 4 ; ААxz = 3; ААyz = 2.)

6. Яка з точок — А (2; 1; 6) чи В (-2; 1; 6) — лежить ближче до почат­ку координат? (Відповідь. Точка А.)

7. Дано точки К(0; 2; 1), Р(2; 0; 3) і T(-1; у; 0). Знайдіть таке зна­чення у, щоб виконувалась умова: КТ = РТ . (Відповідь. -3.)

1. **Формули для координат середини відрізка, якщо задано координати його кінців.**

**Твердження.** Кожна координата середини відрізка дорівнює півсумі від­повідних координат його кінців.

Якщо С – середина відрізка АВ, де А(xA, уA, zA) і В(хB, yB, zB), то ; ; .

**Розв'язування задач**

1. Які координати середини С відрізка АВ, якщо А(0; 2; -11), В (2; 0; -1)? (Відповідь. С(1;1;-6).)
2. Дано С(2; 6; 3), А(4; 2; 1). Знайдіть координати точки В, якщо ві­домо, що АС = ВС і точки А, В, С лежать на одній прямій. (Відповідь. В(0;10;5).)
3. Знайдіть координати середин сторін трикутника АВС, якщо А(2; 0; 2), В(2;2;0), С(2;2;2). (Відповідь. A1(2; 2; 1), B1(2; 1; 2), C1(2; 1; 1).)
4. Знайдіть довжину медіани AM трикутника АВС, якщо А (2; 1; 3), В(2; 1; 5), С(0; 1; 1). (Відповідь. AM = 1.)
5. **Координати вектора**

**Поняття координат вектора**

Одиничним вектором або ортом називається вектор, довжина якого дорівнює одиниці і який спрямований уздовж будь-якої координатної осі.

Одиничний вектор, спрямований уздовж осі x, позначається i ̅.

Одиничний вектор, спрямований уздовж осі y, позначається j ̅.

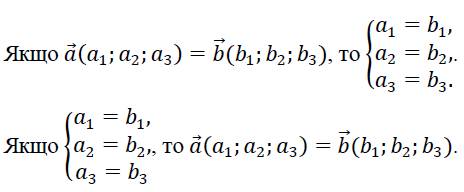
Одиничний вектор, спрямований уздовж осі z, позначається k ̅

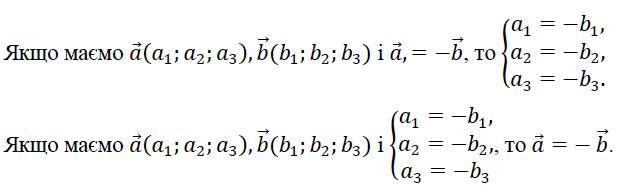
Вектори i ̅, j ̅, (k) ̅називаються координатними векторами.

Будь-який вектор a ̅ можна розкласти по координатним векторам: a ̅ = xi ̅ + yj ̅ + zk ̅

**Коефіцієнти розкладання визначаються єдиним чином і називаються координатами вектора a ̅ в даній системі координат.**

**Координати вектора** , що має початок у точці А і кінець у точці В, дорівнюють різниці координат точок В і А. Якщо початок вектора  є точ­ка А(хА; уА), а кінець вектора — точка В(хВ; уВ), то (хВ – хА; уВ – уА)

Вектори іназиваються ***рівними****,* якщо вони мають одна­кову довжину та однаково напрямлені. **Рівні вектори мають рівні коорди­нати.** Якщо відповідні координати век­торів однакові, то вектори рівні.

Вектори  і називаються ***протилежними****,* якщо вони ма­ють однакову довжину та протилежно напрямлені. Вектор, протилежний вектору *,* позначають через *-*. **Протилежні вектори мають протилежні відповідні коорди­нати**. Якщо відповідні координати двох векторів протилежні, то вектори протилежні.

**Умова колінеарності векторів.**

Якщо є вектори http://zno.academia.in.ua/pluginfile.php/8378/mod_book/chapter/855/heometria29.png і вони колінеарні, то http://zno.academia.in.ua/pluginfile.php/8378/mod_book/chapter/855/heometria30.png.

Якщо є вектори http://zno.academia.in.ua/pluginfile.php/8378/mod_book/chapter/855/heometria31.png, то http://zno.academia.in.ua/pluginfile.php/8378/mod_book/chapter/855/heometria32.png – колінеарні вектори.

***Задача***. Знайдіть значення *m* і *n*, при яких вектори http://zno.academia.in.ua/pluginfile.php/8378/mod_book/chapter/855/heometria33.png колінеарні.

*Розв’язання*

     У колінеарних векторів координати пропорційні, звідси http://zno.academia.in.ua/pluginfile.php/8378/mod_book/chapter/855/heometria34.png. Маємо два рівняння:

1)  http://zno.academia.in.ua/pluginfile.php/8378/mod_book/chapter/855/heometria35.png ;

2)   http://zno.academia.in.ua/pluginfile.php/8378/mod_book/chapter/855/heometria36.png.

*Відповідь*: *m*=1, *n*=-10.

##### Домашнє завдання

* - Вивчити конспект;
* - Розв’язати №№268(а), 269(а) (Г.Н.Литвиненко. Збірник завдань для атестації з математики учнів 10-11 кл.)