**Тема 10.4. Перпендикулярність прямої і площини.**

* 1. **Означення перпендикулярних прямих у просторі.**

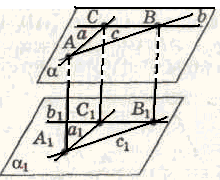
Поряд із поняттям паралельності в геометрії важливе значення має поняття перпендикулярності. У планіметрії ми говорили про перпендикулярність прямих. **Перпендикулярними прямими** на площині називаються прямі, які перетинаються під прямим кутом.

У стереометрії розглядають три випадки перпендикулярності:

* перпендикулярність прямих,
* перпендикулярність прямої і площини,
* перпендикулярність площин.

**Дві прямі** називаються **перпендикулярними**, якщо вони перетинаються під прямим кутом.

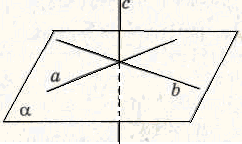
* 1. **Теорема про прямі, що перетинаються і паралельні двом перпендикулярним прямим.**

Питання до групи: що можна стверджувати про взаємне розташування прямих  і , які перетинаються і ||а, ||b,  ? Студенти висувають гіпотезу, що . Для ілюстрації цього твердження використовується каркасна модель куба або прямокутного паралелепіпеда.

Далі формулюємо **теорему**:

**Якщо дві прямі, які перетинаються, паралельні відповідно двом перпендикулярним прямим, то вони теж перпендикулярні.**

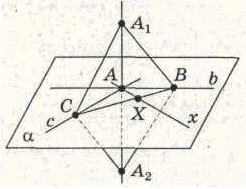
* Назвіть в оточенні моделі прямих, які перпендикулярні між собою.
* Дано зображення куба . Укажіть ребра куба, які перпендикулярні до прямої .
  1. **Означення перпендикулярності прямої і площини.**

Уявлення про пряму перпендикулярну до площини дають вертика­льно поставлені стовпи - вони перпендикулярні до поверхні землі, пер­пендикулярні до будь-якої прямої, яка проходить через основу стовпа і лежить у площині землі.

**Пряма** називається **перпендикулярною до площини**, якщо вона перетинає цю площину та перпендикулярна до будь-якої прямої, що лежить у цій площині і проходить через точку перетину.

* 1. **Ознака перпендикулярності прямої і площини.**

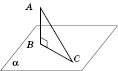
Як перевірити, чи перпендикулярна дана пряма до даної площини? Це питання має практичне значення, наприклад, при установці щогл, колон тощо, які потрібно поставити прямо, тобто перпендикулярно до площини землі. Насправді немає необхідності перевіряти перпендикулярність прямої до всіх прямих, що лежать у даній площині й прохо­дять через точку перетину даної прямої і площини, а досить перевірити перпендикулярність лише до двох прямих, які лежать у площині і про­ходять через точку перетину прямої і площини. Це випливає з теореми, що виражає ознаку перпендикулярності прямої і площини.

**Теорема.**

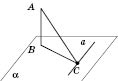
**Якщо пряма перпендикулярна до двох прямих, які лежать у площині й перетинаються, то вона перпендикулярна до даної площини.**

* Дано зображення куба . Укажіть ребра куба, які перпендикулярні до площини АВС.

**1.5 Перпендикуляр і похила**

**Перпендикуляром**, опущеним із даної точки на дану площину, називається відрізок, що сполучає дану точку з точкою площини й лежить на прямій, перпендикулярній до площини. Кінець цього відрізка, який лежить у площині, називається **основою перпендикуляра**. **Відстанню від точки до площини** називається довжина перпендикуляра, опущеного із цієї точки на площину.  
На рисунку AB — перпендикуляр; AC — похила; BC — проекція.  
**Похилою**, проведеною з даної точки до даної площини, називається будь-який відрізок, який сполучає дану точку з точкою площини і не є перпендикуляром до площини. Кінець відрізка, що лежить у площині, називається **основою похилої**.  
Відрізок, який сполучає основи перпендикуляра й похилої, проведених з однієї і тієї самої точки, називається **проекцією похилої**.

##### **Властивості похилих, проведених з однієї точки до однієї площини**

1. Довжина похилої більше довжини перпендикуляра.
2. Похилі, проведені до площини з однієї точки (рисунок нижче зліва), рівні тоді й тільки тоді, коли вони мають рівні проекції.  
   3. Якщо з точки до площини проведені дві похилі, то більша та з них, яка має більшу проекцію, і навпаки, більша похила має більшу проекцію.  
   Зверніть увагу, що ці властивості зберігаються для похилих, які проведені до площини з різних точок, але мають однакову довжину перпендикуляра (рисунок справа). ﻿

**Задача № 1**

Дано: АВ = а; АС  α ; 1) <ABC = 45°; 2) <ABC = 60° ; <ABC = 30°.

Знайти: ВС.

### Розв'язання

1) BC = AB cos <ABC = a cos 45° = ;

2) ВС = AB cos <ABC = a cos60° = ;

3) BC = AB cos <ABC = a cos 30° = .

B і д п о в і д ь. а) ; б) ; в) .

**Задача № 2.**

Дано: АО  α; АО = a; <ABO = 30°; <ACO = 45°;

<CAB = 90° .

Знайти: ВС.

### Розв'язання

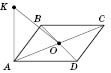
1) Із ΔАОВ АВ =  =  = 2a.

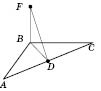
2) Із ΔАОС АС =  =  = a.

3) Із ΔАВС ВС =  =  = а.

Відповідь. а.

**1.6 Теорема про три перпендикуляри**

**Якщо пряма, проведена на площині через основу похилої, перпендикулярна до її проекції, то вона перпендикулярна до похилої (див. рисунок). І навпаки: якщо пряма на площині перпендикулярна до похилої, то вона перпендикулярна і до проекції похилої**.  
Приклади застосування теореми про три перпендикуляри  
1. На рисунку http://subject.com.ua/dovidnik/geometr/sprav-ukr4731_fmt.jpeg — куб.  
http://subject.com.ua/dovidnik/geometr/sprav-ukr4732_fmt.jpeg, тому що: http://subject.com.ua/dovidnik/geometr/sprav-ukr4733_fmt.jpeg — перпендикуляр,  
http://subject.com.ua/dovidnik/geometr/sprav-ukr4734_fmt.jpeg — похила,  
СD — проекція.  
2. На рисунку http://subject.com.ua/dovidnik/geometr/sprav-ukr4735_fmt.jpeg, тоді , тобто AC є відстанню від точки A до прямої CD.  
AB — перпендикуляр,  
AС — похила,  
BС — проекція.  
3. На рисунку ABCD — прямокутник, у даному випадку квадрат.  
http://subject.com.ua/dovidnik/geometr/sprav-ukr4737_fmt.jpeg; http://subject.com.ua/dovidnik/geometr/sprav-ukr4738_fmt.jpeg.  
http://subject.com.ua/dovidnik/geometr/sprav-ukr4739_fmt.jpeg, http://subject.com.ua/dovidnik/geometr/sprav-ukr4740_fmt.jpeg, http://subject.com.ua/dovidnik/geometr/sprav-ukr4741_fmt.jpeg,  
http://subject.com.ua/dovidnik/geometr/sprav-ukr4742_fmt.jpeg — прямокутні.  
4. На рисунку ABCD — ромб. http://subject.com.ua/dovidnik/geometr/sprav-ukr4743_fmt.jpeg.

5. На рисунку нижче http://subject.com.ua/dovidnik/geometr/sprav-ukr4744_fmt.jpeg — рівнобедрений,   
BD — бісектриса (медіана, висота), http://subject.com.ua/dovidnik/geometr/sprav-ukr4746_fmt.jpeg.  
FB — перпендикуляр,  
FD — похила,  
BD — проекція.

**Повідомлення домашнього завдання**

**-**Вивчити конспект;

-Розв’язати №№29(а, б), 32(а) (Г.Н.Литвиненко. Збірник завдань для атестації з математики учнів 10-11 кл. )