**Тема: Перерізи циліндра і конуса.**

План

## Перерізи циліндра площиною.

1. Перерізи конуса площинами.

Література

* + - 1. Афанасьєва О.М., Бродський Я.С., Павлов О.Л., Сліпенко А.К. Математика (підручник для студентів ВНЗ І-ІІ р.а. технічних спеціальностей) – К.: Вища школа, 2001
      2. Афанасьєва О.М., Бродський Я.С., Павлов О.Л., Сліпенко А.К. Дидактичні матеріали з математики (навчальний посібник для студентів ВНЗ І-ІІ р.а.) – К.: Вища школа, 2001
      3. Бевз Г.П. та інші. Математика: Підручник для 10 – 11 кл. загальноосвітніх навчальних закладів. – К.: Генеза, 2012

Питання для самоконтролю

1. Яка фігура є осьовим перерізом циліндра?
2. Як називається циліндр, осьовий переріз якого – квадрат?
3. Яка фігура є перерізом циліндра площиною, паралельною основі?
4. Яка фігура є перерізом циліндра площиною, паралельною осі?
5. Яка фігура є перерізом циліндра площиною, нахиленою під кутом до осі?
6. Чи може утворитися в результаті перерізу циліндра площиною парабола чи гіпербола?
7. Що є осьовим перерізом конуса?
8. Яка фігура є перерізом конуса площиною, паралельною основі?
9. Які ще фігури можуть бути перерізами конуса?

Завдання для самоконтролю

Прочитати Р8, §1(1.1), §2(2.1,2.2)

Виконати побудову всіх можливих видів перерізів циліндра і конуса.

## **Перерізи циліндра площиною.**

## Переріз циліндра площиною, яка **проходить через його вісь**, називають осьовим перерізом циліндра (рис.1).

## **Осьовий переріз циліндра** — прямокутник зі сторонами, що до­рівнюють висоті циліндра і діаметру його основи.

****Якщо осьовим перерізом циліндра є квадрат, його інколи називають рівнобічним (або рівнобедреним або рівностороннім).

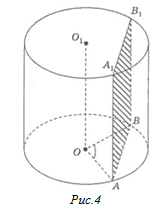
**Приклад 1.** Довжина кола основи циліндра дорівнює 12 π см, а діагональ осьового перерізу - 13 см. Знайти твірну циліндра.

Розв’язання. 1) Нехай А1В - діагональ осьового перерізу циліндра (рис.2); А1В = 13 см.

2) Позначимо радіус циліндра - r. Тоді за умовою 2πr = 12π, звідси 2r = 12 (см). Тому АВ = 2r = 12 см.

http://subject.com.ua/mathematics/zno/zno.files/image2849.jpg

* Переріз циліндра площиною, яка є паралельною до площини основ - круг, що дорівнює кругу основи циліндра (рис.3). Радіус перерізу А2O2 дорівнює радіусу циліндра АО.
* Перерізом циліндра площиною, паралельної осі циліндра є прямокутник. На прямокутник АА1В1В - переріз циліндра площиною, паралельної осі циліндра ОО1.

Дві його сторони: АА1 і ВВ1 - твірні циліндра, а дві інші: АВ і А1В1- паралельні і рівні хорди основ.

**Приклад 2.** Паралельно осі циліндра проведено площину, яка відтинає від кола основи дугу 60º. Радіус основи циліндра дорівнює 6 см, а висота - 5 см. Знайти периметр отриманого перерізу.

Розв’язання. 1) Нехай АВВ1А1 - переріз, що задано в умові (рис.4), АО = ОВ = 6 см, АА1 = 5 см, http://subject.com.ua/mathematics/zno/zno.files/image295.gifAOB = 60°.

2) Оскільки АО = ОВ, то ∆АОВ - рівнобедрений, http://subject.com.ua/mathematics/zno/zno.files/image2853.jpg Тому ∆АОВ - рівносторонній, АВ = ОА = 6 см.

3) Отже, периметр перерізу = 2(АА1 + АВ) = 2(5 + б) = 22 (см).

*  І нарешті, загальний випадок - площина не паралельна і не перпендикулярна осі циліндра. В цьому випадку вона перетинає циліндричну поверхню по деякій лінії. Ця лінія - еліпс - та чудова лінія, по якій рухаються планети та штучні супутники (рис.5).

## Особливий інтерес представляє випадок, коли похила січна площина перетинає основу циліндра. Тут частина еліпса може бути невірно прийнята за параболу або гіперболу. Потрібно знати, що **ні парабола, ні гіпербола** не можуть бути отримані як перетин поверхні кругового циліндра площиною.

**Перерізи конуса площинами.**

* Розглянемо перерізи конуса площиною, яка **проходить через вершину** *S* конуса.



Якщо площина проходить через вершину конуса, то вона перетинає бічну поверхню або в одній точці (*а*), або по двом її твірним (*б*), або має з поверхнею одну спільну твірну, тобто дотикається до даної поверхні (*в*).

****У другому випадку в перерізі отримаємо рівнобедрений трикутник, оскільки твірні конуса рівні. Переріз, який містить вісь конуса називається **осьовим.**

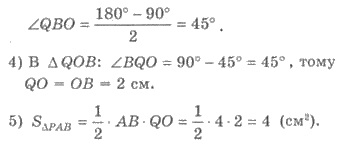
Всі осьові перерізи конуса являють собою рівнобедрені трикутники, рівні між собою. На рис. 7 ∆SАВ — осьовий переріз (SА = SВ*).*

**Приклад 3**. Довжина кола основи конуса дорівнює 4π см. Знайти площу осьового перерізу конуса, якщо він є прямокутним трикутником.

Розв’язання. 1) Нехай QАВ - осьовий переріз конуса, http://subject.com.ua/mathematics/zno/zno.files/image295.gifBQA = 90° (рис.8).

2) Позначимо ОВ = ОА = r. За умовою 2πr = 4π, тоді r = 2 см.

3) ∆QАВ - рівнобедрений прямокутний:



* Розглянемо переріз площиною, яка не містить вершину конуса, а саме, **паралельна основі**.

Площина, паралельна площині основи конуса, перетинає конус по кругу, а бічну поверхню  – по колу з центром на осі конуса.

Якщо розглянути декілька площин, які паралельні площині основи конуса і перетинають бічну поверхню, то в перерізах матимемо гомотетичні круги, центром гомотетії яких є вершина конуса, а модуль коефіцієнта гомотетії (*k*) дорівнює відношенню відстаней січних площин від вершини конуса.

* Випадки розташування січної площини відносно бічної поверхні, що залишилися, можна розділити на три:

1) площина, паралельна осі поверхні;

2) площина, паралельна одній з її твірних;

3) січна площина непаралельна ні осі поверхні, ні її твірним.

В усіх цих випадках площина перетинає конічну поверхню по лініям, які в шкільному курсі геометрії не досліджуються. Це – гіпербола (рис.10 *а*), парабола (рис.10 *б*) і еліпс (рис.10 *в*). Історично ці лінії і з’явилися як перерізи конічної поверхні площиною, тому і називаються **конічними перерізами**. З проникненням в геометрію алгебраїчних методів дослідження, виявилося, що лінії можуть бути представлені рівняннями. Було встановлено, що конічним перерізам відповідають алгебраїчні рівняння другого порядку (прикладом може бути рівняння кола), внаслідок чого ці лінії стали називати **лініями другого порядку**.