**Тема: Простори векторів R^2 таR^3. Декартова система координат. Довжина вектора. Проекція вектора на вектор. Колінеарність та компланарність векторів.**

**З історії**

Відкриття, що збагачують математику новими поняттями, часто приходять з різних областей природознавства. Таким прикладом є поняття вектора, який прийшов із фізики. Наприклад, швидкість, прискорення, переміщення, сила є фізичними величинами, які мають векторний характер.

При вивченні електричних і магнітних полів в просторі з'являються нові фізичні величини векторного характеру: вектор напруженості електричного поля і вектор магнітної індукції.

Вперше поняття вектора з'явилося в роботах німецького математика 19 століття Г. Грассмана і ірландського математика У. Гамільтона; потім його використовували в своїх відкриттях багато вчених. Сучасна символіка для позначення вектора була введена в 1853 році французьким математиком О. Коші. Застосування векторів грає найважливішу роль в сучасній математиці, хімії, біології, економіці та в інших науках.

**Поняття вектора**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Назва** | **Означення** | **Запис** |
| *Вектор* | *напрямлений відрізок* | http://festival.1september.ru/articles/630520/img4.gif |
| *Модуль вектора* | *довжина напрямленого відрізка* | , |
| *Нульовий вектор* | *вектор, у якого начало збігається з кінцем* | http://festival.1september.ru/articles/630520/Image1073.gif |
| *Одиничний вектор(орт)* | *вектор, довжина якого дорівнює одиниці* |  |
| *Однаково направлені(співнапрямлені)* | *Вектори, що мають однаковий напрямок* |  |
| *Протилежно напрямлені* | *Вектори, що мають протилежний напрямок* | http://festival.1september.ru/articles/630520/img2.gif |
| *Колінеарні вектори* | *Вектори, що лежать на одній прямій або на паралельних* |  |
| *Компланарні вектори* | *вектори, що лежать в одній і тій же площині або паралельні одній і тій же площині* |  |
| *Рівні вектори* | *вектори, які співнапрямлені і мають рівні модулі* | **http://festival.1september.ru/articles/630520/img3.gif** |

***Вектором***називають напрямлений відрізок. — вектор, *А* — початок вектора, *В* — кінець вектора. Позначають вектор або двома великими буквами зі стрілкою (іноді з рискою) над ними, або однією маленькою буквою зі стрілкою (рискою).

Наприклад: ,, у друкованому тексті букви, які позначають вектор, іноді виділяють напівжирним шрифтом, а стрілку (риску) зверху не ставлять.

***Довжиною (модулем, абсолютною величиною) вектора***нази­вається довжина напрямленого відрізка (позначення: , .

Вектор, у якого початок збігається з кінцем, називається ***нульовим вектором****.* Позначення: 0. Довжина нульового вектора дорівнює 0: = 0.

***Одиничним вектором*** *(ортом)* називається вектор *с,* довжина якого дорівнює 1:  = 1.

Ненульові вектори називаються ***колінеарними****,* якщо вони ле­жать або на одній прямій, або на паралельних прямих; нульовий вектор вважається колінеарним будь-якому ректору.

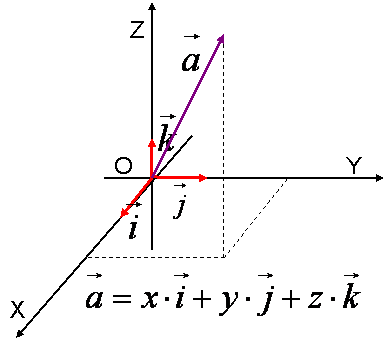
Ненульові вектори  *і* називаються ***однаково напрямлени­ми****,* якщо вони колінеарні та напрямлені в один бік. Ненульові вектори називаються ***протилежно напрямленими****,* якщо вони колінеарні та напрямлені в протилежні боки.

**Компланарні вектори** - вектори, що лежать в одній і тій же площині або паралельні одній і тій же площині.

Два вектора завжди компланарні. Три вектора компланарні, якщо їх можна помістити в одну і ту ж площину.

**Поняття координат вектора**

Одиничним вектором або ортом називається вектор, довжина якого дорівнює одиниці і який спрямований уздовж будь-якої координатної осі.

Одиничний вектор, спрямований уздовж осі x, позначається i ̅.

Одиничний вектор, спрямований уздовж осі y, позначається j ̅.

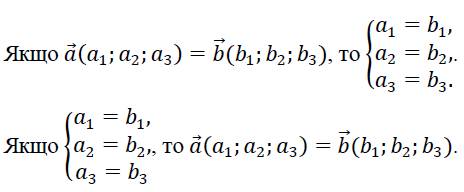
Одиничний вектор, спрямований уздовж осі z, позначається k ̅

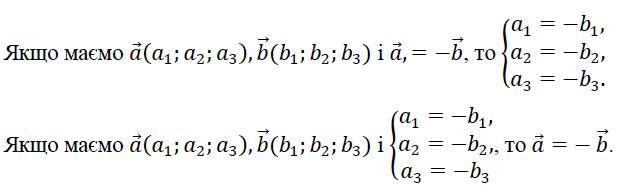
Вектори i ̅, j ̅, (k) ̅називаються координатними векторами.

Будь-який вектор a ̅ можна розкласти по координатним векторам: a ̅ = xi ̅ + yj ̅ + zk ̅

**Коефіцієнти розкладання визначаються єдиним чином і називаються координатами вектора a ̅ в даній системі координат.**

**Координати вектора** , що має початок у точці А і кінець у точці В, дорівнюють різниці координат точок В і А. Якщо початок вектора  є точ­ка А(хА; уА), а кінець вектора — точка В(хВ; уВ), то (хВ – хА; уВ – уА)

Вектори іназиваються ***рівними****,* якщо вони мають одна­кову довжину та однаково напрямлені. **Рівні вектори мають рівні коорди­нати.** Якщо відповідні координати век­торів однакові, то вектори рівні.

******Вектори  і називаються ***протилежними****,* якщо вони ма­ють однакову довжину та протилежно напрямлені. Вектор, протилежний вектору *,* позначають через *-*. **Протилежні вектори мають протилежні відповідні коорди­нати**. Якщо відповідні координати двох векторів протилежні, то вектори протилежні.

**Умова колінеарності векторів.**

Якщо є вектори http://zno.academia.in.ua/pluginfile.php/8378/mod_book/chapter/855/heometria29.png і вони колінеарні, то http://zno.academia.in.ua/pluginfile.php/8378/mod_book/chapter/855/heometria30.png.

Якщо є вектори http://zno.academia.in.ua/pluginfile.php/8378/mod_book/chapter/855/heometria31.png, то http://zno.academia.in.ua/pluginfile.php/8378/mod_book/chapter/855/heometria32.png – колінеарні вектори.

***Задача 3***. Знайдіть значення *m* і *n*, при яких вектори http://zno.academia.in.ua/pluginfile.php/8378/mod_book/chapter/855/heometria33.png колінеарні.

*Розв’язання*

     У колінеарних векторів координати пропорційні, звідси http://zno.academia.in.ua/pluginfile.php/8378/mod_book/chapter/855/heometria34.png. Маємо два рівняння:

1)  http://zno.academia.in.ua/pluginfile.php/8378/mod_book/chapter/855/heometria35.png ;

2)   http://zno.academia.in.ua/pluginfile.php/8378/mod_book/chapter/855/heometria36.png.

*Відповідь*: *m*=1, *n*=-10.

**Довжина вектора** дорівнює квадратному кореню із суми квадратів його координат. Якщо задано вектор то =.

***Задача 1***. Знайдіть координати і довжини векторів http://zno.academia.in.ua/pluginfile.php/8378/mod_book/chapter/852/heometria12.png іhttp://zno.academia.in.ua/pluginfile.php/8378/mod_book/chapter/852/heometria13.png , якщо А(2;-3;-1), В(-4;-8;5), С(3;1;-2).

*Розв’язання*

http://zno.academia.in.ua/pluginfile.php/8378/mod_book/chapter/852/heometria12_2.png ( - 4 - 2; - 8 - ( - 3);5 - ( - 1)) = http://zno.academia.in.ua/pluginfile.php/8378/mod_book/chapter/852/heometria12_2_2.png ( - 6; - 5;6);

http://zno.academia.in.ua/pluginfile.php/8378/mod_book/chapter/852/heometria13_2.png (3 - 2;1 - ( - 3); - 2 - ( - 1)) = http://zno.academia.in.ua/pluginfile.php/8378/mod_book/chapter/852/heometria13_2_2.png(1;4; - 1);

http://zno.academia.in.ua/pluginfile.php/8378/mod_book/chapter/852/heometria12_2_2_2.png = http://zno.academia.in.ua/pluginfile.php/8378/mod_book/chapter/852/heometria14.png;

http://zno.academia.in.ua/pluginfile.php/8378/mod_book/chapter/852/heometria12_2_2_2_2.png = http://zno.academia.in.ua/pluginfile.php/8378/mod_book/chapter/852/heometria15.png.

*Відповідь*:http://zno.academia.in.ua/pluginfile.php/8378/mod_book/chapter/852/heometria16.png , http://zno.academia.in.ua/pluginfile.php/8378/mod_book/chapter/852/heometria17.png,http://zno.academia.in.ua/pluginfile.php/8378/mod_book/chapter/852/heometria18.png, http://zno.academia.in.ua/pluginfile.php/8378/mod_book/chapter/852/heometria19.png

**Дії над векторами**

***Сума векторів у просторі***

http://zno.academia.in.ua/pluginfile.php/8378/mod_book/chapter/854/heometria20.png

***Різниця векторів у просторі***

http://zno.academia.in.ua/pluginfile.php/8378/mod_book/chapter/854/heometria21.png

***Множення вектора на число у просторі***

http://zno.academia.in.ua/pluginfile.php/8378/mod_book/chapter/854/heometria22.png

***Задача 2***. Задано вектори http://zno.academia.in.ua/pluginfile.php/8378/mod_book/chapter/854/heometria23.png.

Знайдіть координати векторів http://zno.academia.in.ua/pluginfile.php/8378/mod_book/chapter/854/heometria24.png.

*Розв’язання*

http://zno.academia.in.ua/pluginfile.php/8378/mod_book/chapter/854/heometria25.png;

http://zno.academia.in.ua/pluginfile.php/8378/mod_book/chapter/854/heometria26.png;

http://zno.academia.in.ua/pluginfile.php/8378/mod_book/chapter/854/heometria27.png

     Відповідь: http://zno.academia.in.ua/pluginfile.php/8378/mod_book/chapter/854/heometria28.png.

***Задача 3***. Існують точки *А*(2; 0; 1), *В*(3; 5; 0), *С*(-1; 2; 3). Знайти координати вектора 

***Задача 4.***  Знайдіть вектори, які колінеарні вектору  , і довжини яких утричі більша.

**Розв’язання.**

Так як шукані вектори колінеарний даному, то їх координати відповідно дорівнюють



Визначимо довжину даного і шуканого векторів:



Так як  , то

Отже, координати шуканих векторів *(9;-3;0)* і *(-9;3;0)*.

**Домашнє завдання**

* Вивчити конспект;
* Розв’язати №№271(а), 272(б), 275(б), 279(а).