**Заняття 17. АРИФМЕТИЧНА І ГЕОМЕТРИЧНА ПРОГРЕСІЇ**

**Арифметична прогресія**

|  |  |
| --- | --- |
| **Означення** | **Приклади** |
| Числова послідовність задана, якщо будь-якому натуральному числу *n* поставлено у відповідність деяке число *a*n. | 3; 10; 11; 13; 16; 20; …4; 7; 10; 13; 16; … |
| Послідовність задають за допомогою формули *n* - го члена, тоді неважко обчислити будь-який його член. | Послідовність (*а*n) задана формулою*a*n = *n*3, *n* ∈ N, 1; 8; 27; 64; … |
| Послідовності бувають скінченні і нескінченні.Послідовність (*а*n) називається зростаючою (спадною), якщо для будь-якого номера *n* справедлива нерівність: *a*n + 1 > > *a*n(*a*n + 1 < *a*n), *a*n – член послідовності, *a*n + 1 – наступний член послідовності. | 2; 4; 6; 8; 10; 12; … – зростаюча.спадна. |
| Числова послідовність (*а*n), кожен член якої, починаючи з другого, дорівнює попередньому, до якого додано одне і те ж число, називається арифметичною прогресією. Це число позначають буквою *d* і називають різницею арифметичної прогресії.  | 1; 3; 5; 7; 9 – арифметична прогресія*а*1 = 1; *d* = 2.30; 25; 20; 15; 10; 5; …*а*1 = 30; *d* = – 5. |
| Перші члени арифметичної прогресії будуть: *а*1; *а*1 + *d*; *а*1 + 2*d*; *а*1 + 3*d*; …. |  – 50; – 40; – 30; – 20; …*а*1 = – 50; *d* = 10. |
| Формула *n* – го члена арифметичної прогресії: *a*n = *a*1 + *d*(*n* – 1), *n* ∈ N. | *а*6 = – 50 + 10(6 – 1) = – 50 + 10 ⋅ 5 = 0; *а*6 = 0. |
| Послідовність (*а*n) є арифметичною прогресією тоді й тільки тоді, коли кожен її член, починаючи з другого, дорівнює середньому арифметичному сусідніх з ним членів, тобто:Сума двох членів скінченної арифметичної прогресії, рівновіддалених від її кінців, дорівнює сумі крайніх членів.Формула суми перших *n* членів арифметичної прогресії: | 4; 7; 10; 13; 16; …*а*1 = 4; *d* = 3.або |

**Геометрична прогресія**

|  |  |
| --- | --- |
| **Означення** | **Приклади** |
| Числову послідовність (*b*n), кожен член якої, починаючи з другого, дорівнює попередньому, помноженому на одне й те саме число, називають геометричною прогресією. Це число позначають *q* і називають знаменником геометричної прогресії.  | 2; 4; 8; 16; 32; 64;… b1 = 2, q = 2. |
| Першими членами геометричної прогресії будуть: *b*1; *b*1q; *b*1*q*2; *b*1*q*3; …Формула *n* – го члена геометричної прогресії:*b*n = *b*1*q*n – 1, *n* ∈ N.  |  |
| Послідовність (*b*n) є геометричною прогресією тоді й тільки тоді, коли кожен її член, починаючи з другого, дорівнює середньому геометричному сусідніх з ним членів: | 3, 9, 27, 81, 243; … |
| Формула суми *n* перших членів геометричної прогресії:$$S\_{n}=\frac{b\_{1}(q^{n}-1)}{q-1} або S\_{n}=\frac{b\_{1}(1-q^{n})}{1-q}$$n ∈ N, q ≠ 1 n ∈ N, q ≠ 1 | 1) 3, 9, 27, 81, 243, … q = 3 |
| Якщо (*b*n) - нескінченно спадна геометрична прогресія (⎢*q* ⎢ < 1), то її сумаобчислюється за формулою: |  |

**Практична частина**

1. Знайти 16 - й член арифметичної (*а*n), в якій перший член дорівнює 5, різниця дорівнює 2.

2. Знайти перший член арифметичної прогресії (*а*n), у якій *а*27 = 291, *d* = 11.

3. Знайти різницю арифметичної прогресії (*а*n), у якій *а*1 = 28, *а*21 = – 52.

4. Знайти номер члена арифметичної прогресії (*а*n), який дорівнює 46, якщо *а*1 = 32, *d* = 0,4.

5. Знайти перший член і різницю арифметичної прогресії (*а*n), якщо .

6. Знайти суму всіх натуральних чисел від 20 до 90 включно.

7. Знайти знаменник геометричної прогресії (*b*n), якщо *b*4 = 20, *b*5 = 30.

8. Обчислити п'ятий член геометричної прогресії (*b*n): 2; 6; 18; … .

9. Знайти перший член геометричної прогресії (*b*n), в якій: *b*6 = 486, *q* = 3.

10. Знайти суму членів геометричної (*b*n), в якій: *b*1 = 1, *q* = $\frac{2}{3}$ , *n* = 4.

11. Знайти знаменник і суму *n* членів геометричної прогресії (*b*n), в якій: *b*1 = 3,

 *b*8 = 384, *n* = 8.

12. Визначити перший і останній члени геометричної прогресії, в якій S11 = 2047,

 *q* = 2, *n* = 11.

13. Між числами 27 і 729 помістити два числа, які разом з даними склали б геометричну прогресію.

14. Написати геометричну прогресію (*b*n), в якій: *b*5 – *b*1 = 15, *b*4 – *b*2 = 6.

15. Знайти знаменник геометричної прогресії (*b*n), якщо: *b*7 = – 30, *b*9 = – 90.

16. Між числами 40 і 2,5 розмістити три числа, які разом з даними склали б геометричну прогресію.

17. Написати геометричну прогресію, в якій: *b*5 – *b*1 = 160, *b*4 – *b*2 = 48.

18 Написати геометричну прогресію, в якій: *b*5 + *b*2 – *b*4 = 66, *b*6 + *b*3 – *b*5 = 132.

19. Знайти суму нескінченно спадної геометричної прогресії: .

20\*. Знайти числа, якщо:

      а) сума перших трьох членів арифметичної прогресії дорівнює 24. Якщо до третього члена додати 18, то ці цифри складуть геометричну прогресію.

      б) чотири числа складають геометричну прогресію. Якщо від них відняти відповідно 2, 1, 7, 27, то нові числа складуть арифметичну прогресію.